

順序依存故障論理をもつ非コヒーレントシステムの リスク解析

著者	井野 孝
学位授与機関	東京海洋大学
学位授与年度	2009
URL	http://id.nii.ac.jp/1342/00001437/

修士学位論文

順序依存故障論理をもつ
非コヒーレントシステムのリスク解析

2009 年度

東京海洋大学大学院

海洋科学技術研究科 海洋環境保全学専攻

井野 孝

目次

第1章 緒論	1
1.1 緒言	1
1.2 研究の位置づけ	2
1.2.1 安全性評価	2
1.2.2 IEC61508	4
1.2.3 研究の位置づけ	8
1.3 研究目的	8
1.4 論文構成	9
1.5 用語等の定義	10
第2章 FTA	15
2.1 FT 及び FTA	15
2.1.1 FT による定性的解析	16
2.1.2 FT による定量的解析	16
2.2 事象記号及び論理記号	17
第3章 順序依存故障論理	19
3.1 順序依存故障論理の定義	19
3.2 優先 AND ゲート	19
3.3 修理系と非修理系	24
3.3.1 修理系と非修理系の定義	24
3.3.2 非修理系順序依存故障論理	25
3.3.3 修理系順序依存故障論理	26
3.4 コヒーレントシステムと非コヒーレントシステム	27
3.4.1 定義	27
3.4.2 コヒーレントシステム	28
3.4.3 非コヒーレントシステム	29
第4章 テフロン焼成炉爆発災害における順序依存故障論理 FTA	31
4.1 災害の概要	31
4.2 全体システムとシステム要素	32
4.3 爆発災害発現過程の A-C モデル	33
4.4 順序依存故障論理 FTA	35

第5章 電源システムのフォールト	37
5.1 電源システムの設定	37
5.2 電源システムフォールトにおける最小カットセット	39
5.2.1 すべての電源のフォールト	39
5.2.2 主電源と切り替えスイッチのフォールト	41
5.2.3 予備電源と切り替えスイッチのフォール	42
5.3 電源システムの FTA	43
5.3.1 電源システムの FTA と非コヒーレント FTA	43
5.3.2 電源システムの FTA による定性的解析	45
5.4 非修理系電源システムにおける不信頼度	46
5.5 修理系電源システムにおけるアンアベイラビリティ	53
5.6 マルコフ解析	58
5.7 吸収マルコフモデルとその他(通常)マルコフモデルの関係	61
5.7.1 回復率について	61
5.7.2 非修理系システムにおける単位時間あたりのフォールト生起確率について	66
5.8 順序依存故障論理をもつマルコフモデル	69
5.8.1 マルコフモデルの表記 1	69
5.8.2 マルコフモデルの表記 2	71
5.9 電源システムのマルコフモデルによる解析	72
5.9.1 非修理-再生系システム	72
5.9.2 致命的故障型修理系	76
5.9.3 繰り返し型故障型修理系	78
5.10 解析結果	80
5.10.1 故障率変化における非修理系電源システムの不信頼度の推移(10000 時間後)	81
5.10.2 故障率変化における非修理系電源システムの不信頼度の推移(100000 時間後)	82
5.10.3 故障率変化における修理系電源システムのアンアベイラビリティの推移	83
5.10.4 故障率変化における非修理-再生系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率 F_1 の推移	84
5.10.5 故障率変化における致命的故障型修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率 F_2 の推移	85
5.10.6 故障率変化における繰り返し型修理系電源システムの単位時間あたり	

のフォールト生起確率 F_3 の推移	86
5.11 出力結果と考察	87
5.11.1 非修理系電源システムの不信頼度の出力結果(図 5-23, 図 5-24)	87
5.11.2 非修理系電源システムの不信頼度の出力結果に対する考察	87
5.11.3 修理系電源システムのアンアベイラビリティの出力結果(図 5-25)	89
5.11.4 修理系電源システムのアンアベイラビリティの出力結果に対する考察 	89
5.11.5 非修理-再生系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果(図 5-26)	89
5.11.6 非修理-再生系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果に対する考察	90
5.11.7 致命的故障型修理系システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果(図 5-27)	91
5.11.8 致命的故障型修理系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果に対する考察	91
5.11.9 繰り返し故障型修理系システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果(図 5-28)	92
5.11.10 繰り返し故障型修理系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果に対する考察	92
5.12 生起順序表記と状態表記のみのマルコフモデルの比較	94
5.13 FTA とマルコフモデルの比較	98
第6章 電源システムの作動要求時における危険事象率の推定	99
6.1 安全関連系	99
6.2 危険事象率の推定式	100
6.3 作動要求率に対する危険事象率の推移	101
6.3.1 非修理-再生系システム	102
6.3.2 致命的故障型修理系システム	105
6.3.3 繰り返し故障型修理系システム	108
6.3.4 解析結果	111
6.3.5 考察	111
第7章 まとめ	112
謝辞	114
参考文献	115

付録・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・117～

付録 A 致命的故障型修理系電源システムのマルコフモデルにおける連立方程式

付録 B 致命的故障型修理系電源システムの定常状態における単位時間当たりのフォールト生起確率 F_2

付録 C 繰り返し故障型修理系電源システムのマルコフモデルにおける連立方程式

付録 D 繰り返し故障型修理系電源システムの定常状態における単位時間当たりのフォールト生起確率 F_3

付録 E 順序依存故障論理によるマルコフモデルの表現方法について

第1章 諸論

1.1 緒言

1970年代から、コンピュータ技術の発展に伴い、原子力、鉄道、化学産業、自動車、産業機械など多くの産業で安全確保を目的として当該技術が使用されるようになってきた。

一方で、1984年のインドのボパール農薬工場の事故や1986年のウクライナのチェルノブイリ原子力発電所の事故のような人類が初めて経験するような大事故により、潜在的な危険が発現したときのリスクをもとにした安全確保の必要性が認識されてきた。

このような背景から、システムの信頼性や安全性を解析するための方法論としてFMEA(Failure Mode and Effect Analysis), ETA(Event Tree Analysis), FTA(Fault Tree Analysis)などが研究され、今日では広く一般に使用されている。このうち、ETAとFTAは、システムの定性的及び定量的解析を実施するためのものである。

また、電気・電子またはプログラマブル電子技術を安全確保に使用する産業に対して、国際規格IEC61508(日本では、JIS C 0508)は、産業システムのリスクを分析し、これに基づき所与の許容リスクまでに軽減する安全関連系のライフサイクルにわたる方法論や安全関連系の安全度水準(Safety Integrity Level)(以下、SIL)を規定した。

このように化学プラントや交通システムなど様々な産業分野では、信頼性及び安全性解析手法や規格による規定等を通して、事前安全及び事後安全を追求しなければならない。

本論文は、システムのフォールト及び危害の発生機構について解析を行い、また安全関連系に要求されるSILの決定方法に関する研究を行った。

1.2 研究の位置づけ

1.2.1 安全性評価

システムの安全計画は，すでに発生した災害の再発を防止するための事後安全計画と潜在的に発生の可能性のある災害を事前に予防する事前安全計画とに大別できる^[1]．

図 1-1 に示した通り，事前安全計画では，まず，データ収集に基づいてシステムに生じる潜在危険が同定され，潜在危険抑制手段の概念化，抑制手段の採用下での定性的安全解析などが行われる．一方，事後安全計画では，災害原因の調査に基づき潜在危険抑制手段の概念化，以下同様にシステムの定性的安全計画，定量的安全解析などが行われる．このような安全計画において，安全性評価に課せれる範囲は，主として図 1-1 の手順 1,2,3,4 である．以下に，システムの事前安全性評価の系統的手順をまとめる．

- ・ 潜在危険の同定
- ・ 潜在危険抑制措置の検討
- ・ 定性的安全解析
- ・ 定量的安全解析

本研究は同定された潜在危険による危害やシステムのフォールトの発生機構を解析するための論理モデルを構成した．その手法として，FTA やマルコフモデルを用いた．これは，定量的解析をするための過程でもある．また，システムのフォールトは，システム要素のフォールト生起順序に依存する場合があります，順序依存故障論理の解析も行った．したがって，本研究は，安全性評価からみると手順 3 の定性的安全解析と手順 4 の定量的安全解析に該当する．

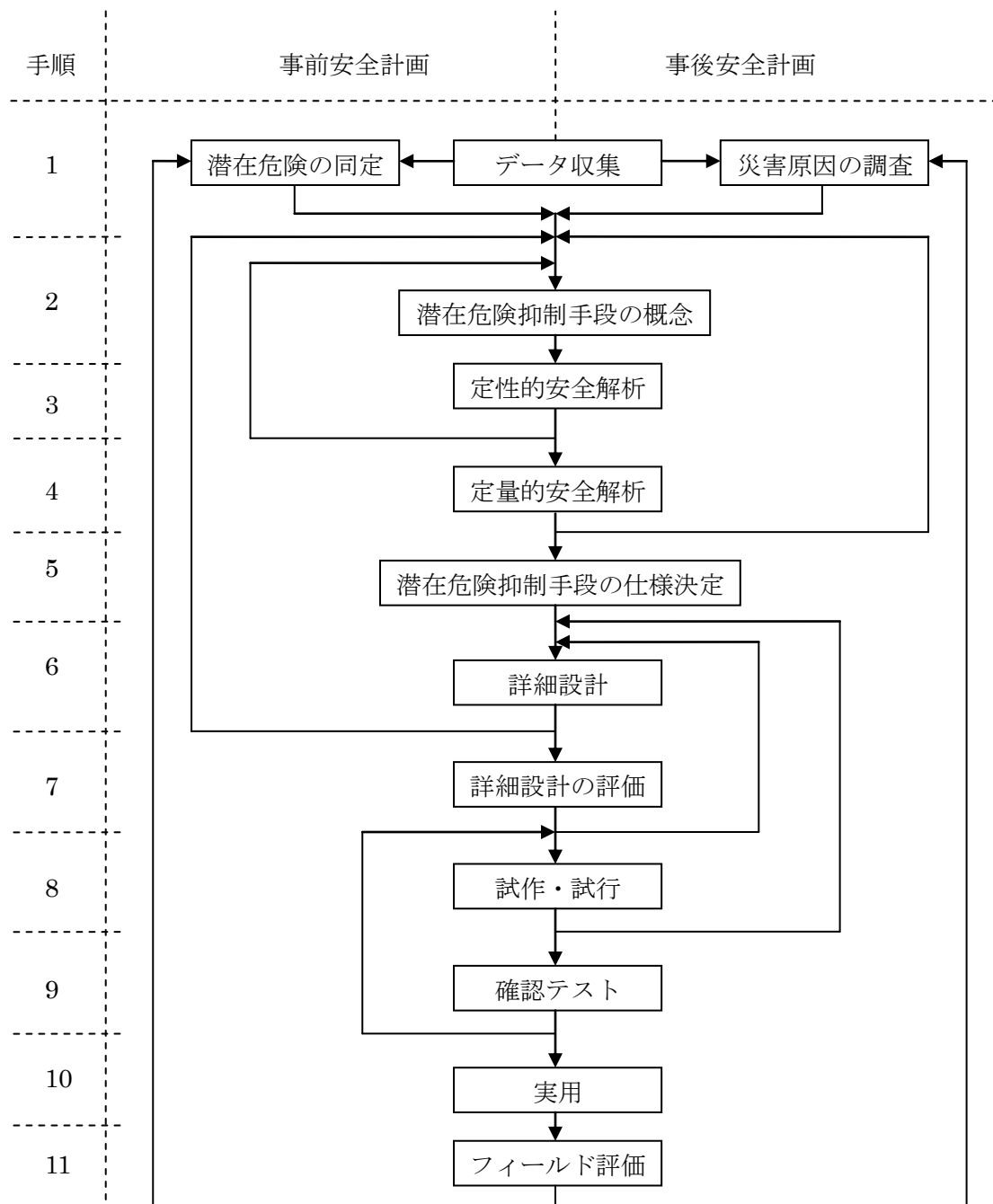


図 1-1 安全計画の実施手順^[1]

1.2.2 IEC 61508

IEC 61508(JIS C 0508)は、電気・電子・プログラマブル電子安全関連系の機能安全について規定している^{[2][3]}。ここで、以下に JIS C 0508 の全 7 部で構成されている項目について記載する。

- 第 1 部 一般要求事項
- 第 2 部 電気・電子・プログラマブル電子安全関連系に対する要求事項
- 第 3 部 ソフトウェア要求事項
- 第 4 部 用語の定義及び略語
- 第 5 部 SIL 決定法の事例
- 第 6 部 第 2 部及び第 3 部の適用方針
- 第 7 部 技術及び手法の概観

第 1 部に機能安全管理・評価など機能安全マネジメント、第 2 部にはハードウェアの設計、第 3 部にはソフトウェアの設計に関する要求事項が規定されている。また、第 4 部から第 7 部にはこれらの管理・設計を補充する技術が記載されている。

本研究は、主として第 1 部、第 2 部におけるリスク分析と安全度水準に関連する。

IEC 61508 では、故障は決定論的原因故障とランダムハードウェア故障があり、後者は定量化可能なヒューマンエラー等を含む。決定論的原因故障は、ある種の原因に決定論的に関連する故障と定義されており、定量化や予測は不可能であり、その原因は、設定変更、運転手順、文書化などで改善されるとしている。一方、ランダムハードウェア故障は時間に関して無秩序に発生するものであり、故障劣化メカニズムから発生し、機能失敗確率の把握が可能である。IEC 61508 では前者については全安全ライフサイクルを通じて管理を行い、後者については SIL という 4 段階の離散的な確率論的尺度に基づいて評価することが要求されている。

16 の活動フェーズからなる全安全ライフサイクルを図 1-2 に示す^{[2][3]}。

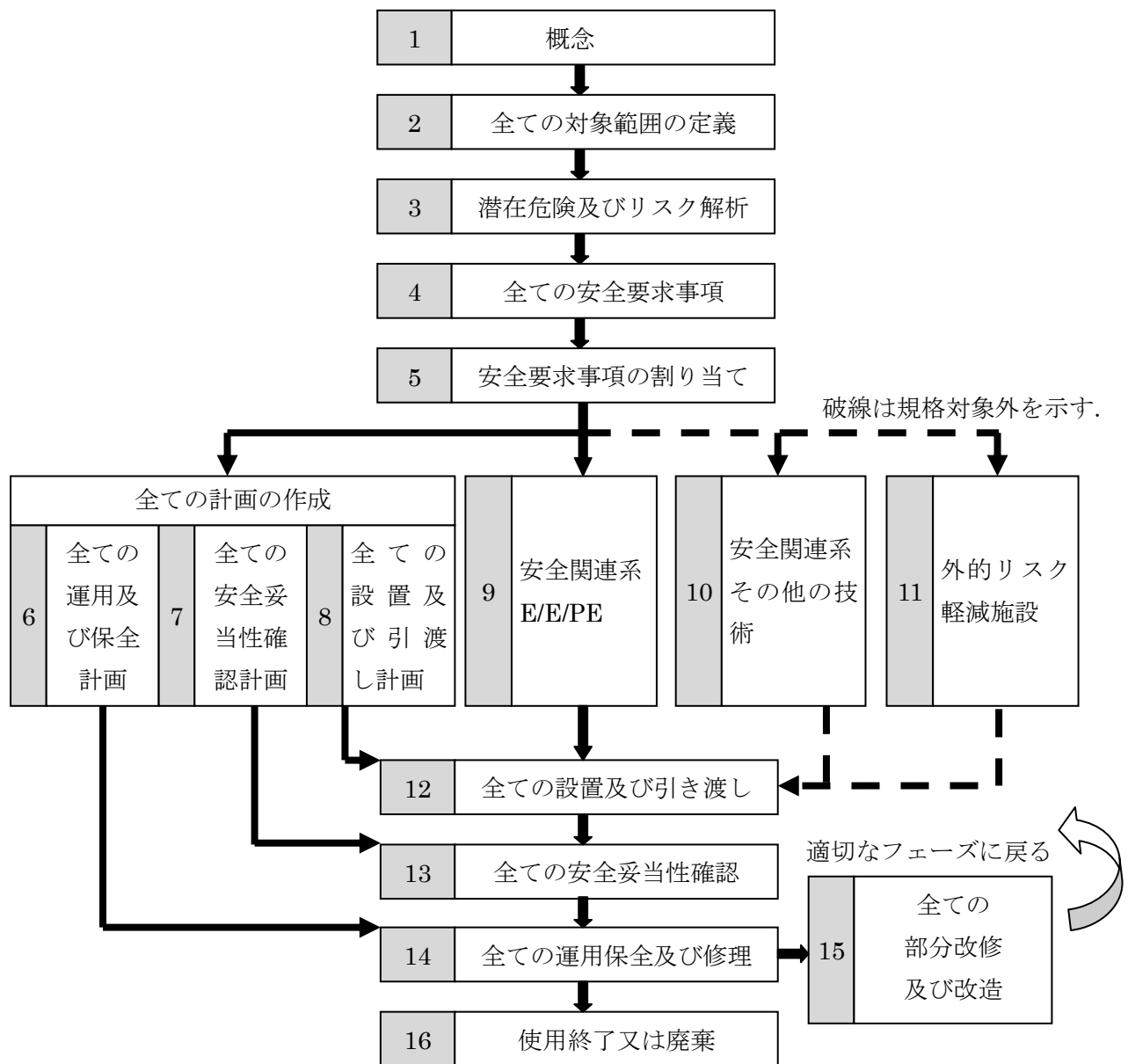


図 1-2 全安全ライフサイクル^{[2][3]}

IEC 61508 では、産業システムの安全装置の SIL を決定するために、最初に HAZOP のような潜在危険分析手法によって、必要な安全機能を決定する。続いて、FTA や ETA(Event Tree Analysis)による定量的なリスク分析や、リスクグラフやリスクマトリックスなどの定性的なリスク分析によって、全体システムのリスクが予め設定された許容リスクを下回るように必要とされる SIL が決定される。しかし、このようなプロセスの具体的な方法論について記述がなく、規格に適合するには具体的な方法論が必要である。

一方、SIL は、表 1-1 及び表 1-2 に示されるように、低頻度作動要求モードと高頻度作動要求・連続モードの 2 つがある。どちらのモードに属するかは、安全関連系の作動要求頻度とプルーフテストの頻度から、図 1-3 のように決定される^{[2][3]}。

表 1 低頻度作動要求モードで運用する E/E/PE 安全関連系に割り当てられる安全機能に対する目標機能失敗確率

SIL	低頻度作動要求モード運用(注 1)
4	10^{-5} 以上 10^{-4} 未満
3	10^{-4} 以上 10^{-3} 未満
2	10^{-3} 以上 10^{-2} 未満
1	10^{-2} 以上 10^{-1} 未満

(注 1) 作動要求あたりの設計上の機能失敗平均確率^{[2][3]}

表 2 高頻度作動要求又は連続モードで運用する E/E/PE 安全関連系に割り当てられる安全機能に対する目標機能失敗確率

SIL	高頻度作動要求又は連続モード運用(注 2)
4	10^{-9} 以上 10^{-8} 未満
3	10^{-8} 以上 10^{-7} 未満
2	10^{-7} 以上 10^{-6} 未満
1	10^{-6} 以上 10^{-5} 未満

(注 2) 単位時間あたりの危険側失敗確率(1/hr) ^{[2][3]}

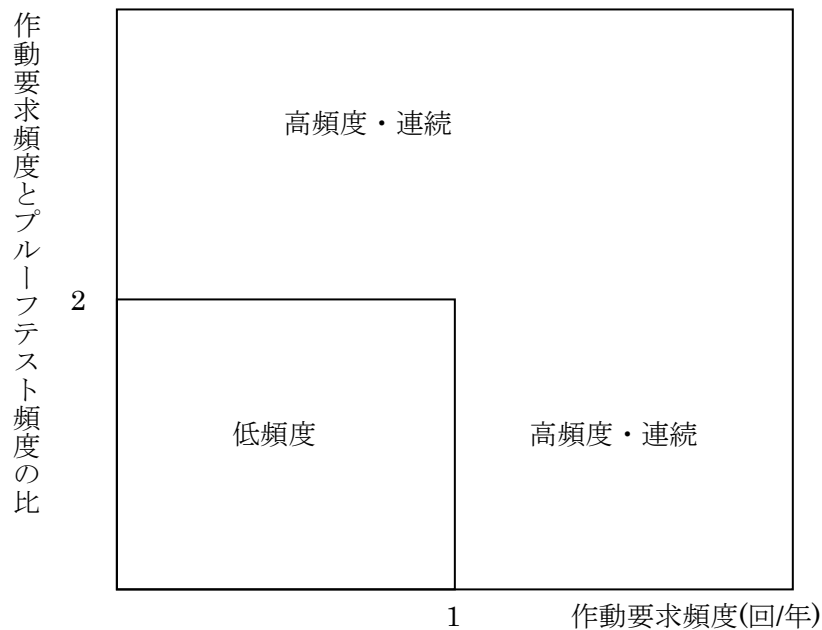


図 1-3 作動要求モードの決定

SIL を合理的に決定するためには、リスクをより合理的に評価する必要がある。安全を確保するためには、多くの対策をとる必要があるが、本研究では、定量化可能なヒューマンエラー等を含むランダムハードウェア故障によるリスクの合理的な決定方法に着目した。

これまで、システムの安全解析を行う際に FTA が従来広く用いられてきたが、その中で優先 AND ゲートは、事象発生や状態生起の時間的な前後関係(順序依存故障論理)を記述する上で重要な役割を果たしており、これまでも優先 AND ゲートを用いたリスク分析やプログラマブル電子安全関連系の安全水準モデルの定式化の検討が実施されてきた[1][4]~[13][18][20]。

本研究は、IEC 61508 からみると、まず全 7 項目ある中の第 1 部の一般要求事項や第 2 部 電気・電子・プログラマブル電子安全関連系に対する要求事項の分野にあたる。そして、FTA を用いて解析を行うことから、全安全ライフサイクル第 3 フェーズの潜在リスク及びリスク解析にあたる。また、FTA やマルコフモデルを用いて、作動要求時における順序依存故障論理をもつシステムの定量的解析を検討することで、第 5 フェーズの安全要求事項の割り当て、つまり、SIL の合理的な決定に係る方法論の分野に属すると考えられる。

1.2.3 研究の位置づけ

1.1.1 及び 1.1.2 をまとめると、FTA やマルコフモデルを用いて定性的及び定量的にリスク分析の検討を行ったことから、本研究の位置づけを以下のようにする。

- ・ 安全性評価における定性的及び定量的安全解析
- ・ IEC 61508 における潜在リスク及びリスク解析
- ・ IEC 61508 における安全要求事項の割り当て(SIL の合理的な決定に係る方法論)

1.3 研究目的

本研究は、まず順序依存故障論理をもつシステムについて例を提示しながら FTA による定性的な検討を行うことを目的とする。また、順序依存故障論理システムは修理系と非修理系を持ち、修理系にはコヒーレントシステムと非コヒーレントシステムがある。これらの解説については、第 2 章以降で解説したが、様々な状況を持つシステムに対して定性的な検討を行うと共に、非コヒーレントシステムを考慮した FTA の有用性についても解説を行う。

次に、順序依存故障論理をもつ電源システムの修理系と非修理系の両方に対して、FTA 及びマルコフモデル等を用いて、システムフォールトの生起確率の定式化を行った。このシステムの修理系は、非コヒーレントシステムである。また、最後に、この電源システムが安全関連系におけるシステムと考え、システムのフォールトが及ぼす危険事象率の定式化も行う。したがって、順序依存故障論理をもつシステムの定量的解析も本研究の目的である。

以下に、研究目的をまとめる。

- ・ 順序依存故障論理をもつシステムの FTA による定性的解析
- ・ 非コヒーレントシステムの有用性の検討
- ・ 順序依存故障論理を持つシステムの FTA 及びマルコフモデルによる定量的な解析

以上の 3 つが本研究の目的であり、これにより、あらゆる産業分野の安全性評価や IEC 61508 に活かされることを期待する。

1.4 論文構成

以下に本論文の構成を示す.

第1章 序論

研究における背景や研究目的, 用語の定義

第2章 FTA

FTA の記号と FTA の解説について

第3章 順序依存故障論理

順序依存型論理の解説, 及び順序依存故障論理をもついくつかのシステムの解説

第4章 テフロン焼成炉爆発災害における順序依存故障論理 FTA

実例を用いた FTA による検討について

第5章 電源システムのフォールト

電源システムの FTA とマルコフモデル等を用いた定量的解析

第6章 作動要求時における危険事象率の推定

安全関連系における電源システムの定量的解析

第7章 まとめ

本論文のまとめ, 今後の課題について

1.4 用語等の定義

以下、主に JIS C 0508 と JIS Z 8115 に従い、用語等を定義する^{[3][14]}。

[略語]

BCS : Basic control system

ERRF : External risk reduction facility

ET : Event tree

EUC : Equipment under control

FT : Fault tree

FTA : Fault tree analysis

FMEA : Fault mode and effects analysis

FMECA : Fault mode, effects and criticality analysis

HAZOP : Hazard and Operability

IEC : International electro-technical commission

SIL : Safety Integrity level

SRS : Safety related system

[用語]

EUC : 製造, プロセス, 運輸, 医療, その他の業務に供せられる機器, 機械類, 装置, プラントなど.

BCS : EUC の制御システム.

ERRF：安全関連系とは区別，分離され，リスクを軽減する施設。

安全関連系(SRS)：EUC を安全な状態に移行させるため，又は EUC の安全な状態を維持するために必要な安全機能を行い，かつ，要求される安全機能に対して必要な SIL を達成する。

安全機能：電気・電子・プログラマブル電子安全関連系，他技術安全関連系又は外的リスク軽減施設によって遂行される機能。この機能は，特定の危険事象に対して EUC に係る安全な状態を達成又は保持する。

安全度水準(SIL)：4 段階の確率又は頻度で定義される安全関連系が要求されるを実行する離散的な尺度。

全安全ライフサイクル：安全関連系の実行に必要な概念から廃却までの 16 フェーズの活動フェーズから構成される管理プロセス。

危害：全体システムが致命的な損傷を受けている状態。

危険事象：危害の開始。

作動要求状態：SRS に対して安全機能の実行が連続的に要求される状態。

作動要求：作動要求状態の開始。

完了：作動要求状態の終了。

フォールト：SRS がその安全機能遂行能力を喪失している状態。

故障：決定論的原因故障とランダムハードウェア故障があり，後者は定量可能なヒューマンエラー等を含む。

危険側故障：フォールトの開始(以下，単に故障という)。

修復：フォールトの終了。修復により，SRS は再び安全機能遂行能力を回復する。

リスク：ある事象生起の確からしさと、それによる負の結果の組み合わせ。

故障率：時刻 t でフォールトにない条件下で、故障が時刻 t での単位時間あたりに発生する確率。

修復率：時刻 t でフォールトにある条件下で、修復が時刻 t での単位時間あたりに発生する確率。

作動要求率：時刻 t で作動要求率にない条件下で、作動要求が時刻 t での単位時間あたりに発生する確率。

完了率：時刻 t で作動要求にある条件下で、完了が時刻 t での単位時間あたりに発生する確率。

プルーフテスト間隔：フォールトを発見し、修復するための定期的なテストの終了時から次の開始時までの時間。

修理系：運転開始後、保全によって故障の修理が可能な系。

ヒューマンエラー：意図しない結果を生じる人間の行為。

信頼性：アイテムが与えられた条件下で、与えられた期間、要求機能を遂行できる能力。

アベイラビリティ：要求された外部資源用意されたと仮定したとき、アイテムが与えられた条件で、与えられた時点、又は期間中、要求機能を実行できる状態にある能力。

信頼性ブロック図：1つ以上の機能モードをもつ複雑なアイテムにおいて、複数のブロックで表される下位アイテム又はその組み合わせのフォールトが、アイテムのフォールトを発生する仕組みを示したブロック図。

フェールセーフ：アイテムが故障したとき、あらかじめ定められた1つの安全な状態をとるような設計上の性質。

FTA：下位アイテム又は外部事象、若しくはこれらの組み合わせのフォールトモードのいずれが、定められたフォールトモードを発生させ得るかを定めるための、フォールトも木形式で表された解析。

FMEA：あるアイテムにおいて，各下位アイテムに存在し得るフォールトモードの調査，並びにその他の下位アイテム及び元のアイテム，さらに，上位のアイテムの要求機能に対するフォールトモードの影響の決定を含む定性的な信頼性解析手法．

FMECA：**FMEA** に付加して，フォールト発生の確率及びフォールトによる影響の重大さの格付けを考慮する定性的な信頼性解析手法．

[記号]

λ ：故障率[1/hr]

λ_1 ：電源システムにおける主電源の故障率[1/hr]

λ_2 ：電源システムにおける予備電源の故障率[1/hr]

λ_3 ：電源システムにおけるスイッチの故障率[1/hr]

μ ：修復率[1/hr]

μ_1 ：電源システムにおける主電源の修復率[1/hr]

μ_2 ：電源システムにおける予備電源の修復率[1/hr]

μ_3 ：電源システムにおけるスイッチの修復率[1/hr]

Q_1 ：非修理系電源システムの不信頼度[1/hr]

Q_2 ：修理系電源システムのアンアベイラビリティ [1/hr]

F_1 ：定常状態において，非修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率[1/hr]

F_2 ：定常状態において，致命的故障型修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率[1/hr]

F_2 : 定常状態において, 繰り返し故障型修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率[1/hr]

ω : 危険事象率[1/hr]

λ_d : 作動要求率[1/hr]

第2章 FTA

2.1 FT 及び FTA

システムの信頼性・安全性解析によく使われる手法として、FTA(Fault Tree Analysis)がある^[15]。FTA は、まずシステムの起こりうる故障を想定し、これを引き起こす原因を論理的にたどっていく方法で、特定のシステム故障を発生させる原因事象の系列を見つけ出し、定量的な評価によってシステムの信頼性・安全性対策を講じるのに便利である。

システムの信頼性・安全性解析によく使われる別の手法として FMECA があるが、これはシステムの構成要素の故障モードを列挙し、それぞれの故障モードが発生した場合、システムにどのような影響を及ぼすかを個別に評価する手法で、要素レベルからシステムレベルに分析を進めるボトムアップ的解析手法である。FTA は逆にシステムレベルから要素レベルに分析を進める、トップダウン的解析手法である。

FTA は 1961 年にベル電信・電話研究所のワトソンによって提唱され、1960 年代前半にはボーイング社で使用され発展させられた。1960 年代後半から 1970 年代にかけて、FT を使った定量的評価法も次々と開発され、今日では原子炉や化学プラントなど、特に信頼性・安全性が要求されるシステムに欠かせない解析法の 1 つとなっている。

FT はシステム故障を頂上事象(top event)として、それを引き起こす原因となる事象へと論理的に分岐していき、それ以上は分岐できない基本事象(basic event)へいたる論理ダイアグラムである。基本事象としては部品の故障やヒューマンエラーなどがある。頂上事象から基本事象へいたる過程で現れる事象を、中間事象という。各事象の分岐には論理記号(論理ゲート)が使われ、AND ゲート、OR ゲート、k-out-of-n ゲートなどがある。

FTA で使われている事象や論理ゲートの記号は、次節で解説する。

2.1.1 FT による定性的解析

作成された FT を使った解析には、定性的解析の段階と定量的解析の段階がある。定性的解析の段階では、最小カットセットを求めることが重要となる。

最小カットセットは、頂上事象が発生するために必要な基本事象の極小集合であり、その基本事象がすべて発生している最小カットセットが少なくとも 1 つ存在しているときに頂上事象が発生している。したがって、最小カットセットが求まれば、基本事象の発生情報から頂上事象の発生情報を得ることができる^[15]。

2.1.2 FT による定量的解析

定量的な解析は確率的な評価をともしう段階であり、基本事象の発生確率から頂上事象の発生確率や発生頻度、システムのアンアベイラビリティなどを求め、定量的評価を行う^[15]。

本研究では、優先 AND ゲートを含む FT から、システムの不信頼度及びアンアベイラビリティを求め、また、マルコフモデルから単位時間あたりのフォールト生起確率を求めた。マルコフモデルを用いたのは FT よりも厳密解が得られるためであるが、このことは第 5 章で解説する。

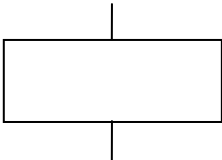
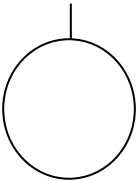
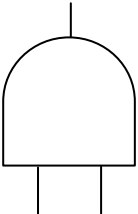
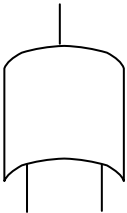
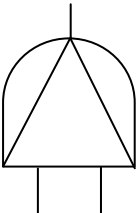
2.2 事象記号及び論理記号

FTA は図式解析手法であり，ある特定の事象とその原因となる事象との関係を結びつけるために特定の記号を用いる．それぞれの記号は固有の意味を持っており，論理的思考に基づいて区別して使用しなければならない．この事象間を結ぶ記号を特に論理記号(論理ゲート)といっており，FT のそれぞれの分岐には，論理記号を用いて展開され，論理的に完成される^[16]．

FTA に用いられる記号は大別すると事象記号と論理記号に分けられる．事象(event)というのは確率論などに現れる用語とまったく同じで，生起する可能性も生起しない可能性もあるような事柄を意味する．FTA で取り扱う事象は，それが起こることが望ましくないような事象，いわゆる誤り事象(faulty event)が多いが，もちろん誤り事象でない事象も対象となつてよい．

本研究で扱う事象記号及び論理記号について，表 3 において解説した^[6]．また，優先 AND ゲートについては，次章で詳しく解説をした．

表 3 事象記号及び論理記号

名称	記号	意味
事象 event		トップ事象，および基本事象などの組み合わせにより起こる個々の事象(中間事象).
基本事象 basic event		これ以上は展開されない基本的な事象または発生確率が単独に得られる最も低いレベルでの基本的な事象.
AND ゲート		すべての入力事象が共存するときのみ出力事象が発生する．論理積．
OR ゲート		入力事象のうち，少なくとも一つが存在するとき出力事象が発生する．論理和．
優先 AND ゲート		AND ゲートの一種で，複数の入力事象がある特定の順序で起こったときに限り，出力事象が生起する．

第3章 順序依存故障論理

3.1 順序依存故障論理の定義

順序依存故障論理とは，システムの故障について，その原因に順序付けで考え，特定のシーケンスが発生した場合のみ，システムの故障が発生するというものである．これを FT においては 3.2 の図 3-1 に示した優先 AND ゲートで表わされる^{[4][5]}．

3.2 優先 AND ゲート

一般に，FT で n 個の入力を有する優先 AND ゲートは図 3-1 のように表わされる^[4]．

入力 A_1, A_2, \dots, A_N 及び優先 AND ゲートの出力 B_N は生起と非生起の 2 状態を持つ．ここで，入力/出力の発生(事象)は非生起(状態)から生起(状態)への状態の遷移，同様に，回復(事象)は生起から非生起への状態の遷移である．また，本研究ではシステムがもつ要素の事象が非生起状態のとき A ，生起状態のとき \bar{A} のように，オーバーラインで状態を区別する．

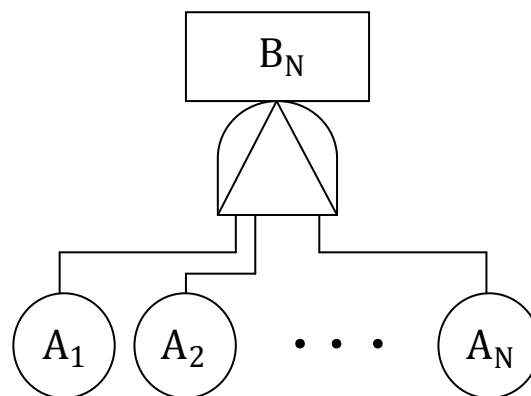


図 3-1 多入力優先 AND ゲート

本研究では，発生と回復を事象(イベント)といい，状態と区別する．すなわち，状態は時間幅をもつアイテムの特性であり，事象は時間幅をもたない．

優先 AND ゲートの出力は以下の条件が同時に満足されるときに発生する．

- ・ A_1, A_2, \dots, A_{N-1} の入力が生起し， A_N が発生する．
- ・ 入力は左から右への順序，すなわち， A_1, A_2, \dots, A_N の順で発生する．

以上の条件が成立した場合にのみ、順序依存故障論理は出力事象を生起する。もし、 A_1, A_2, \dots, A_N 以外の順序で生起した場合には、 B_N は生起しない。

ここでは B_N が頂上事象となり、 A_1, A_2, \dots, A_N が頂上事象を発生するために必要な基本事象となる。基本事象の最小カットセットは、入力事象が N 個あるため、 $N!$ 個考えられるが、上記の通り、入力事象が A_1, A_2, \dots, A_N の順で生起しない限り、頂上事象 B_N は生起しない。従って、頂上事象生起に必要な基本事象の最小カットセットは、1つとなる。本研究では、この場合の最小カットセットを $(A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow \dots \rightarrow A_N)$ と表すこととする。

また、IEC 61508 等に従い、本研究では以下の仮定を設けることにする。

- ・ 入力 $A_i (i = 1, 2, \dots, n)$ は発生率 λ_i の指数分布に従って発生し、回復率 μ_i の指数分布に従って回復する。

ここで、ロボットシステムにおける人体への危害(以下、危害)を優先 AND ゲートの実用例として解説した^[4]。このシステムは、以下の設定を有するものとする。

- ・ 人が近づくとセンサーで検知しインターロック機構が自動的にロボットのアームをロックする。
- ・ ロボットが作動している場合には、人は警報や目視によってロボットが作動していることに気づくため、停止している場合に比して接近する可能性を無視できる。
- ・ インターロック機構は、一旦ロックすると、当該機械が故障してもロック状態が継続する。

このようなシステムで、危害が発生する基本事象の最小カットセットを検討する。ここで、入力事象を以下にまとめる。

- ・ 入力事象 A_1 ：インターロック機構の故障
- ・ 入力事象 A_2 ：人の侵入
- ・ 入力事象 A_3 ：作動命令

また、3入力事象を設定した場合、最小カットセットは入力事象の生起順序を考慮すると以下の6通りに考えられる。

- ・ $(A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3)$ ：インターロック機構が故障しフォールトにあり、かつ、ロボットは停止状態にある。そこへ、人が侵入してロボットに近づいたとき作動命令が出てロボットが作動する。これにより危害が発生する。
- ・ $(A_1 \rightarrow A_3 \rightarrow A_2)$ ：インターロック機構が故障しており、作動命令が出るとロボットは

作動する。次に人が侵入しても警報や目視によってロボットが作動していることがわかるので危害にはならない。

- ・ $(A_2 \rightarrow A_1 \rightarrow A_3)$: 人が侵入すると、ロボットはインターロック機構によって停止状態になる。次に、インターロック機構が故障してもロボットはロックされたままであるので、作動命令が出て、危害には至らない。
- ・ $(A_2 \rightarrow A_3 \rightarrow A_1)$: 人が侵入すると、ロボットはインターロック機構によって停止状態になる。次に、作動命令が出てロボットはロックされたままであるので、危害には至らない。インターロック機構が故障しても、ロボットはロックされたままである。
- ・ $(A_3 \rightarrow A_1 \rightarrow A_2)$: 作動命令が出てロボットが作動する。次に、インターロック機構が故障すると人が侵入してもロボットをロックできないが、人は警報や目視によってロボットが作動していることがわかるので危害にはならない。
- ・ $(A_3 \rightarrow A_2 \rightarrow A_1)$: 作動命令が出てロボットが作動する。人が侵入し、インターロック機構によってロボットがロックされる。次にインターロック機構が故障してもロボットはロックされたままであり、危害には至らない。

以上より、最小カットセットは 6 通りあるが、 $(A_1 \rightarrow A_2 \rightarrow A_3)$ においてのみ、危害が発生する。このシステムの危害発生メカニズムを FT で表わすと図 3-2 のようになる。また、この場合、頂上事象は危害(Harm)であり、基本事象は入力事象 A_1 , A_2 , A_3 となる。

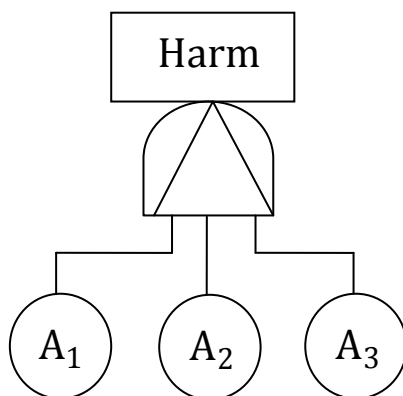


図 3-2 ロボットシステムにおける危害の FT

次に、機械の保全時災害の事例について解説した。このシステムによって事故が発生することを出力事象、出力事象に必要な基本事象を入力事象とし以下にまとめる。

- ・ 入力事象 $X_1(X_1)$ ：保全員が機械の可動域に入ろうとし(事象)，入った状態。
- ・ 入力事象 $\overline{X_1}(\overline{X_1})$ ：保全員が可動域から出ようとし(事象)，出た状態。
- ・ 入力事象 $X_2(X_2)$ ：機械の作動開始(事象)及び作動状態。
- ・ 入力事象 $\overline{X_2}(\overline{X_2})$ ：機械の作動停止(事象)及び停止状態。

また、以下の事項を前提条件とする。

- ・ 機械の作動時には、保全員は目視や警報によって危険を認知できるため(従ってインターロックはなく)，入ることはないものとする。
- ・ システムの初期時は、保全員は可動域にいないものし($\overline{X_1}$)，機械は停止の状態($\overline{X_2}$)であるものとする。

4 入力事象のため、入力事象の最小カットセットは 24 個挙げられるが、前提条件より、 X_2 の生起状態で X_1 は生じない。そして、 $\overline{X_1}$ は X_1 より前に生起せず、同様に、 $\overline{X_2}$ は X_2 より前に生起しない。また、事故が発生するのは X_1 の時に X_2 が生起することが考えられる。

以上の理由より、残った最小カット集合は、以下の 2 つとなる。

- ・ $(X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow \overline{X_1} \rightarrow \overline{X_2})$ ：まず、保全員が機械の可動域に入り、その後で機械が作動状態に入るため、事故が発生する。しかし、ここでは出力事象生起のメカニズムを調べているため、 $\overline{X_1} \rightarrow \overline{X_2}$ の前に事故が発生していることから、 $\overline{X_1} \rightarrow \overline{X_2}$ の存在は意味をなさない。
- ・ $(X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow \overline{X_2} \rightarrow \overline{X_1})$ ：まず、保全員が機械の可動域に入り、その後で機械が作動状態に入るため、事故が発生する。上と同様の理由から、 $\overline{X_2} \rightarrow \overline{X_1}$ の存在は意味をなさない。

したがって、事故が発生する基本事象の最小カットセットは $(X_1 \rightarrow X_2)$ のみとなる。これを FT で示すと図 3-3 で表わされる。

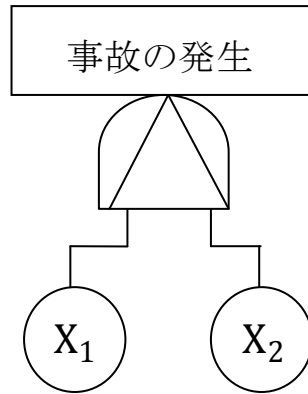


図 3-3 機械の保全時災害における FT

3.3 修理系と非修理系

3.3.1 修理系と非修理系の定義

システムには、大きく分けて修理系と非修理系がある¹⁰⁾。これは、順序依存論理だけでなく、全てのシステムに共通することである。

修理系のシステムは回復過程を持つ。そのため、事象が発生し、非生起状態から生起状態に移ったとしても、再度回復過程を経て非生起状態に戻ることもあるものである。このシステムを図示すると、図 3-4 のように表わされる。このシステム系の例としては、ランプや蛍光灯等交換可能な部品、交換可能な機械など故障しても修理可能なものがある。

非修理系のシステムは、回復過程を持たないため、事象が一度発生し、非生起状態から生起状態に移ると、再び非生起状態に戻ることはなく、システムが止まるまで生起状態であり続ける。このシステムは、図 3-5 のように表わされる。このシステム系の例としては、飛行機事故や大規模災害など、修復し発生前の状態に戻すことの困難な(修復よりは再生が必要な)事態や、人身事故等の修復困難なものがある。

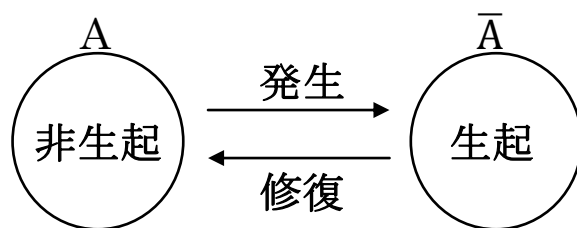


図 3-4 修理系のモデル

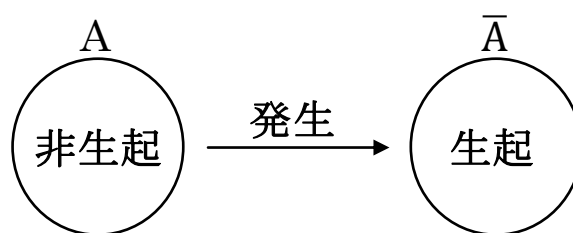


図 3-5 非修理系のモデル

3.3.2 非修理系順序依存故障論理

非修理系順序依存故障論理は，入力事象に修復過程を持たない．そのため，入力事象が生起した場合には，システムがリセットされて，新たなシステムの初期状態から再スタートしない限り，生起状態であり続ける．この非修理系順序依存故障論理において，入力事象と出力事象の時間的關係を図 3-6 に図示する^{[4][5]}．図 3-6 は，入力事象が A_1 と A_2 ，出力事象が B の 2 入力事象非修理系順序依存故障論理の時間的關係を表したものである．入出力事象が 1 の時に生起状態，0 の時に非生起状態とする．

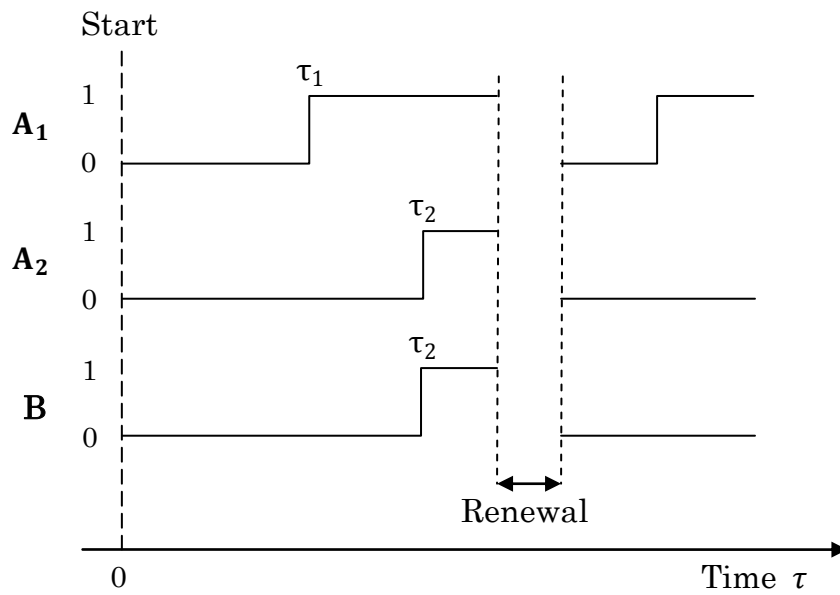


図 3-6 2 入力事象と出力事象の時間的關係(非修理系)

図 3-6 において，出力事象 B が生起状態(1)であるのは，入力事象 A_1 が時刻 τ_1 で生起し，次に A_2 が時刻 $\tau_2 (> \tau_1)$ に生起した状態，つまり時刻 τ_2 以降の状態である．

3.3.3 修理系順序依存故障論理

修理系順序依存故障論理は，入力事象に回復過程を持つ．そのため，入力事象が生起した場合でも，それらが修復され再度非生起の状態に戻ることもある．この修理系順序依存故障論理において，入力事象と出力事象の時間的關係を図 3-7 に図示する^[5]．図 3-7 は，入力事象が A_1 から A_N ，出力事象が B_N の N 入力事象修理系順序依存故障論理の時間的關係を示したものである．入出力事象が 1 の時に生起状態，0 の時に非生起状態とする．

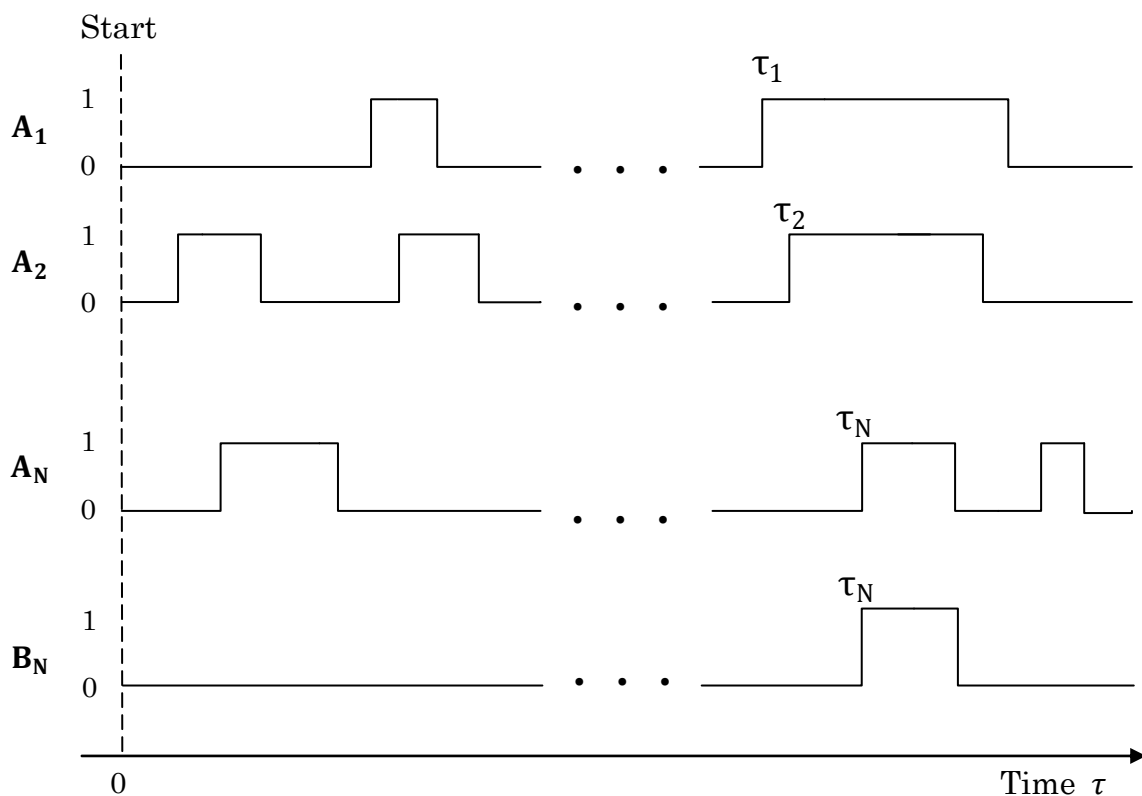


図 3-7 多入力事象と出力事象の時間的關係(修理系)

図 3-7 において，出力事象 B_N が生起状態(1)であるのは，入力事象が A_1 から A_N まで順番に生起した状態，つまり時刻 τ が τ_N になったときである．

3.4 コヒーレントシステムと非コヒーレントシステム

3.4.1 定義

まず、信頼性と安全性は基本的な相違点があり、これについて述べる。

信頼性では、要素間が秩序状態にあれば要素間に秩序状態作用が発生してシステムが秩序状態となり、要求機能を発現させ、常に信頼性性能を向上させる。無秩序状態では機能不履行作用となり故障状態となる。

一方、安全性においては、秩序状態が必ずしも安全性の向上に結びつかないことがある。安全性においては、原因から危害発生の結果までいくつかの要素間で秩序状態作用と無秩序状態（機能不履行作用）が複雑に関連しており、秩序状態作用がすべて要求機能とマッチするとは限らない、すなわち、秩序状態作用が、要求された作用と要求されていない望ましくない作用とに分類される。そして、要求機能作用、機能不履行作用のどちらがシステムの安全性能を向上させるかは、個々のハザードに依存する。

別の表現をすれば、信頼性はコヒーレントシステム（要素の信頼性向上がシステムの信頼性性能及び安全性能の悪化をもたらさないシステム）、安全性は非コヒーレントシステム（要素の信頼性性能向上がシステムの信頼性性能及び安全性能の悪化をもたらす場合があるシステム）といえる。

コヒーレントシステムと非コヒーレントシステムの詳細については、3.4.2 と 3.4.3 で例を挙げて説明する。

3.4.2 コヒーレントシステム

上記の通り，コヒーレントシステムとは，要素の信頼性向上がシステムの信頼性性能及び安全性能の悪化をもたらさないシステムのことである．また，コヒーレントシステムである条件を以下にまとめる．

- ・ すべての要素は，システムに関連するものとする．
- ・ すべての要素がフォールトとなればシステムはフォールトとなり，すべての要素が正常ならシステムも正常である．
- ・ 各要素が正常状態からフォールトに移るときシステムが逆にフォールトから正常状態に移ることはなく，また要素が故障状態から正常状態に移るときシステムが逆に正常状態から故障状態に移ることはない．これは，要素の機能とシステムの機能が単調性を満たすことを意味する．

この 3 つの条件を満たすシステムをコヒーレントシステムとする．

コヒーレントシステムは，信頼性において多く存在する．例えば，ライターのような簡単な構成をしているものは，ライターを構成する要素が一つでもフォールトであればライターは使えなくなってしまう．反対に，その要素を修復しフォールトから正常状態に移行すれば，ライターはまた再び使えるものとなる．システム要素がフォールトから正常状態に移行することで，システムがフォールトから正常状態に移行する，このようなシステムをコヒーレントシステムという．

また，コヒーレントシステムにおける FTA をコヒーレント FTA とし，これは従来の FTA で多くみられるものである．

3.4.3 非コヒーレントシステム

一方、非コヒーレントシステムとは、要素の信頼性性能向上がシステムの信頼性性能及び安全性能の悪化をもたらす場合があるシステムのことである。

ここで、ガスバーナーによるガス爆発事故を事例に非コヒーレントシステムを解説する。

ガスバーナーはガス弁と空気弁を持つ。ガス爆発による人への危害(以下、危害)の原因として、空気弁と人の状態を基本事象として考える。

以下、危害を頂上事象とした FT を作成するときにおける入力事象をまとめる。

- ・ 入力事象 $X_1(X_1)$ ：空気弁が正常な状態になり(事象)、空気を正常に送れる状態。
- ・ 入力事象 $\overline{X_1}(\overline{X_1})$ ：空気弁のねじのゆるみによりフォールトなり(事象)、空気を送れない状態。
- ・ 入力事象 $X_2(X_2)$ ：運転員がガスバーナーから危害を受けないほど離れ(事象)、安全な状態。
- ・ 入力事象 $\overline{X_2}(\overline{X_2})$ ：運転員が空気弁の修復し(事象)、ガスバーナーの近くにいる状態。

なお、ガス弁は正常に作動し、常にガスを正常に送り続けられるものとする。また、初期状態は、空気弁及びガス弁は正常に作動し(X_1)、ガスバーナーも正常に作動していることとする。この時、運転員は空気弁の修理の必要がないため、ガスバーナーから離れた状態にいる(X_2)。また、危害が発生した時点で、このシステムはフォールトとなることにする。

ここで危害が発生すると考えられる 1 つ要因として、まず $\overline{X_1}$ が生起し、空気が送れない状態になる。この時、空気が入らないため燃焼はしなくなるが、ガス弁は正常に作動しているため、この時にもガスが送り続けられていることとなる。したがって、ガスだけが充満した状態となる。次に、空気弁のねじがゆるんでいることに気付いた運転員が修復をする($\overline{X_2}$)。この時に、一気に空気が入り(X_1)、爆発に適当なガスと空気の量となりガス爆発を起こす。運転員は空気弁の修復時であり、ガスバーナーの近くにいるため、危害が発生する。

これを危害発生の原因となる基本事象の最小カットセットで表わすと、初期時は X_1 と X_2 のため、($X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow \overline{X_1} \rightarrow \overline{X_2} \rightarrow X_1$)及び($X_2 \rightarrow X_1 \rightarrow \overline{X_1} \rightarrow \overline{X_2} \rightarrow X_1$)となる。この最小カットセットを FT で表わすと図 3-8 と図 3-8 となる。

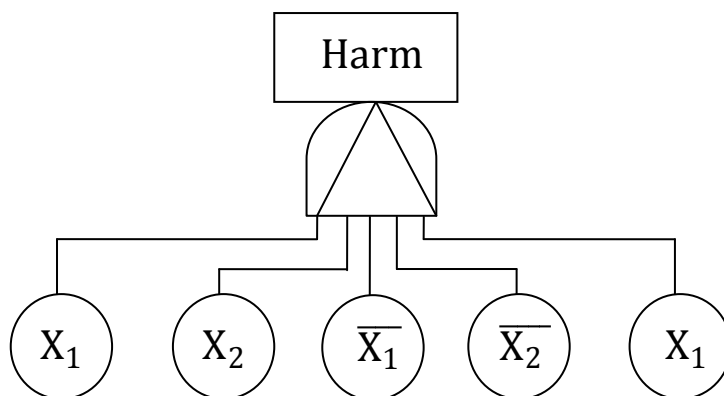


図 3-8 ガス爆発事故における FT part.1

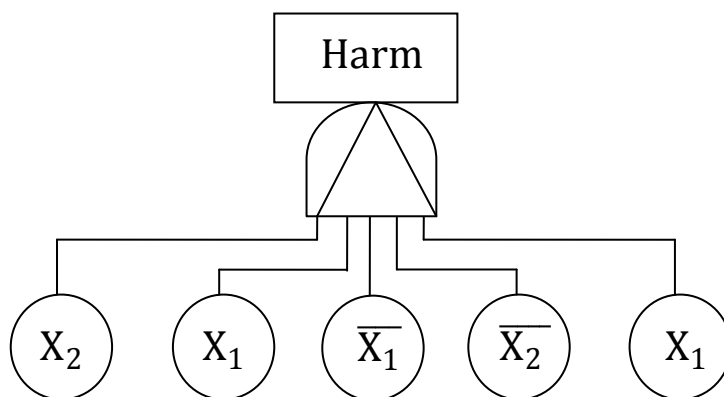


図 3-9 ガス爆発事故における FT part.2

初期条件や最小カットセット，図 3-8 と図 3-9 の FT から，空気弁がフォールトから正常な状態に移行することによって，危害が発生し，システム全体が正常な状態からフォールトになることがわかる．

これは，要素(空気弁)がフォールトから正常状態に移行したことで，全体システム(ガスバーナー)が正常状態からフォールトに移行しているため，このシステムを非コヒーレントシステムということができる．

上記では，非コヒーレントシステムとは，要素の信頼性性能向上がシステムの信頼性性能及び安全性能の悪化をもたらす場合があるシステムのことであると記載したが，別の言い方をすれば，システム要素の状態がフォールトから正常になるなど信頼性向上しているにも関わらず，このとき，システム全体がフォールトに陥るなど悪い状態となる可能性をもったシステムのことである．

また，このような非コヒーレントシステムにおける FT の解析を非コヒーレント FTA とする．

第4章 テフロン焼成炉爆発災害における順序依存故障論理 FTA

4.1 災害の概要

ここでは、昭和 57 年に発生したテフロン焼成炉の爆発災害について解説し、順序依存故障論理に基づく解析を行うことを目的とする。まず、災害発生の概要を以下にまとめる^[17]。

- (1) 発生日時 昭和 57 年 8 月 8 日午前 9 時 30 分頃
- (2) 発生場所 東京都荒川区(合)Y 社東京営業所東京工場
- (3) 災害を発生した装置 直接熱風加熱方式テフロン焼成炉
- (4) 災害程度 死亡 2 名，重傷 2 名，軽傷 1 名
- (5) 災害発生経緯 爆発した焼成炉は主に金属の加工物にテフロン被膜を焼成するための都市ガスを燃料とするガス焼成炉である。当該爆発災害当日は、Y 社に急ぎの受注品があり、テフロン処理の前段階として必要とされる加工物の表面に付着した油脂を焼き飛ばす作業を兼ねて、焼成炉の試運転と調整が行われていた。メインバーナの燃焼がうまくいかず、作業者がバーナへの空気供給調節弁などの調整を行っていたところ、突然炉内で爆発が発生した。これにより、焼成炉の壁や扉などが破壊飛散し、作業員に死者や重軽傷を発生させる災害となった。

4.2 全体システムとシステム要素

当該焼成炉は簡単に示すと図 4-1 のような設計となる^[17].

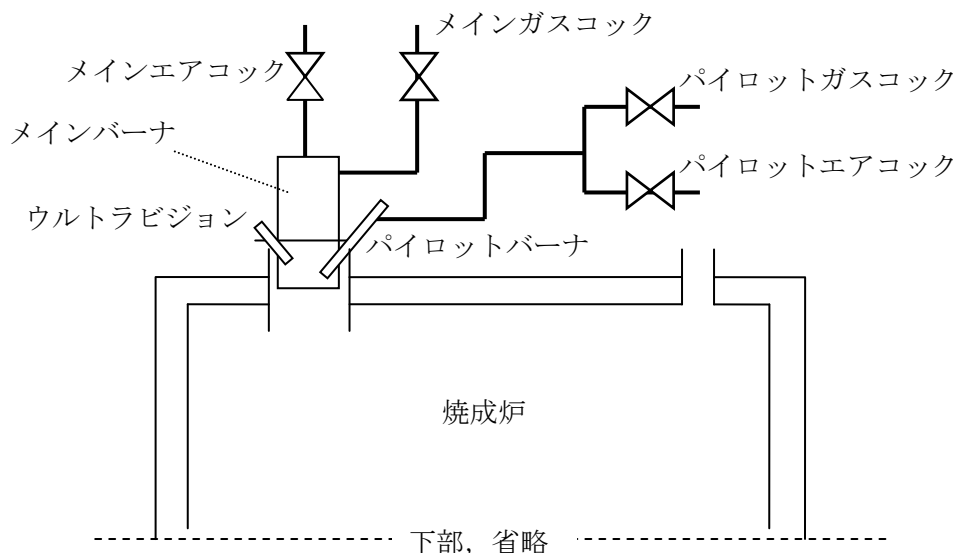


図 4-1 テフロン焼成炉簡略図

当該焼成炉の運転は、通常、まずパイロットエアコックを開とし、その状態でパイロットガスコックを開にしてガスが流れると、あらかじめ送給されている空気と混合され、これと同時に、パイロットバーナ点火スパークが約 5 秒間発生し、パイロットバーナを着火させる。次に、メインエアコックを開とし、その状態でメインガスコックを開にすると、あらかじめ供給されている燃焼用空気とバーナ内で混合され、すでに点火しているパイロットバーナの炎によって、メインバーナに着火させる。また、ウルトラビジョンにより、バーナ内の燃焼状態は検出され、パイロットバーナ点火スパークが終わっても炎が検出されない場合は、メインガス及びパイロットガスは遮断される仕組みになっている。ここで、ウルトラビジョンは、パイロットバーナまたはメインバーナのいずれかが燃焼していると、バーナ内の燃焼信号は出力する。したがって、メインバーナは着火せずパイロットバーナのみ着火している状態でも信号が出力される。この場合、炉内には、メインバーナの未燃ガスが放出され、危険な状態になる。この状態を防止するために、タイマが設けられ、一定時間経つと、パイロットガスが遮断される。バーナ内の燃焼は、バーナ点火操作の一定時間後メインバーナのみによって行われることになる。

4.3 爆発災害発現過程の A-C モデル

メインバーナは、炉天井部より下向きに設置され、パイロットバーナがメインバーナ上部パイロットバーナ挿入孔より挿入装着されている。バーナの構造を検出した結果、パイロットバーナの炎の到達範囲は、メインバーナのノズル内である。従ってメインバーナ内へ供給される空気が少ない場合、メインバーナ内は高濃度のガスが充満することになり、適当な比率に予混合されたパイロットバーナのみの燃焼となってメインバーナには着火しない状態となる。もしくは、着火してもすぐ失火する。また、災害時においても時間的条件下において炉内は局部的にガスが十分に爆発限界内濃度になることが判明した。

以下、図 4-2 において、災害時の運転状況やその他の調査により判明した災害発現過程を A-C モデルで示す [17].

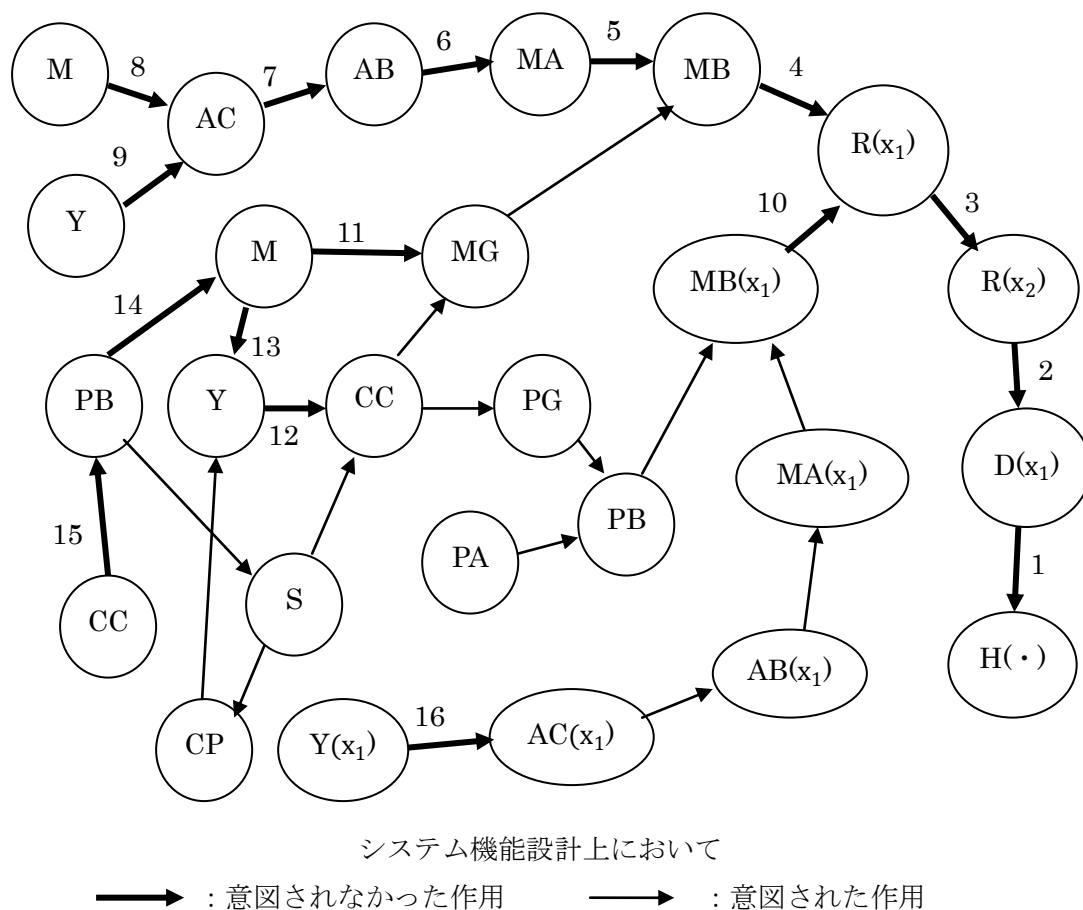


図 4-2 テフロン焼成炉爆発災害の A-C モデル

当該人間 - 焼成炉系において、災害発現に強く関与した要素として次が挙げられる。

H：扉の飛来による被災者；被災者とその変化（ここでは死亡）を $H(\cdot)$ で表す。

D：扉；扉とその変化（破壊と爆風による飛散）を $D(x_1)$ で表す。

R：炉内雰囲気；炉内雰囲気とその変化（爆発限界内ガス濃度移行）を $R(x_1)$ 、爆発を $R(x_2)$ で表す。

MB：メインバーナ（失火状態）；メインバーナとその変化（着火）を $MB(x_1)$ で表す。

MA：メインバーナへの空気供給機能（機能喪失状態）；この要素とその変化（機能回復）を $MA(x_1)$ で表す。

MG：メインバーナへのガス供給機能（正常機能）。

AB：メインバーナへのエアバタ弁（閉の状態）；この要素とその変化（閉から開への移行）を $AB(x_1)$ で表す。エアバタ弁とは、メインバーナへの空気流量調節用バタフライ弁のことを示し、以下、エアバタ弁と称する。

AC：上記エアバタ弁の開閉機構（異常状態）；この要素とその変化（ボルトの緩み修正による正常復帰）を $AC(x_1)$ で表す。

PB：パイロットバーナ（燃焼状態）。

PA：パイロットバーナへの空気供給機能（正常状態）。

PG：パイロットバーナへのガス供給機能（正常状態）。

CC：焼成炉制御回路（タイマの機能喪失状態）。

CP：操作盤表示機能（正常）。

S：燃焼検出センサ（正常）。

M：作業員 M。

Y：作業員 Y；作業員 Y とその操作盤から炉上への移動を $Y(x_1)$ で示す。

また、システム機能設計上において意図されなかった作用について次に挙げる。

作用 1：飛散した扉が作業員へ激突することによる作用

作用 2：爆風の扉への作用

作用 3：炉内雰囲気の爆発限界内ガス濃度状態による作用

作用 4：メインバーナからのガス放出

作用 5：メインバーナへの空気供給不履行

作用 6：エアバタ弁による空気供給阻害による作用

作用 7：エアバタ弁開閉機構の機能不履行

作用 8：運転準備としての点検作業の失敗による作用

作用 9：運転準備としての点検作業の失敗による作用

作用 10：メインバーナの火災が炉内へ伝播することによる作用

作用 11：メインガスコックの遮断操作不履行による作用

作用 12：操作盤での緊急遮断操作不履行

作用 13：緊急遮断操作要請不履行

作用 14：パイロットバーナの火災によるメインバーナの燃焼状態判断への影響

作用 15：パイロットガス遮断機能の不履行による作用

作用 16：エアバタ弁開閉機構のボルトの緩みを締めなおす

災害発現の大きな要因の一つとして考えられることは、タイマによるパイロットバーナ消化機能喪失時のフェールセーフが設計上考慮されていないことが挙げられる。ここでは、タイマが OFF の際に、メインバーナへのエアバタ弁のフォールト及びその修復が危害発生に関わっていることが A・C モデルからもわかる。

4.4 順序依存故障論理 FTA

ここで、テフロン焼成炉の爆発災害をトップ事象とする FT を図 4-3 に示した。A・C モデル同様、図 4-3 の FTA でも、炉内が爆発限界濃度のガスで充満するまでに、エアバタ弁の故障、それから修復する過程が含まれているがわかる。

テフロン焼成炉を 1 つのシステムとしたとき、システム要素の状態がフォールトから正常に信頼性向上しているにも関わらず、システム全体がフォールト、ここでは、爆発災害を発現させているため、3 章で述べたように、このシステムは非コヒーレントシステムであるといえる。

このシステムはタイマを切った状態では、エアバタ弁の修復が爆発災害につながるものがあらかじめ認識されていれば、起きなかった事故なのかもしれない。こういった事態を今後避けるためにも、システムが非コヒーレントシステムであるかどうかを考慮する必要があり、その上で、設計または安全管理を行わなければならない。

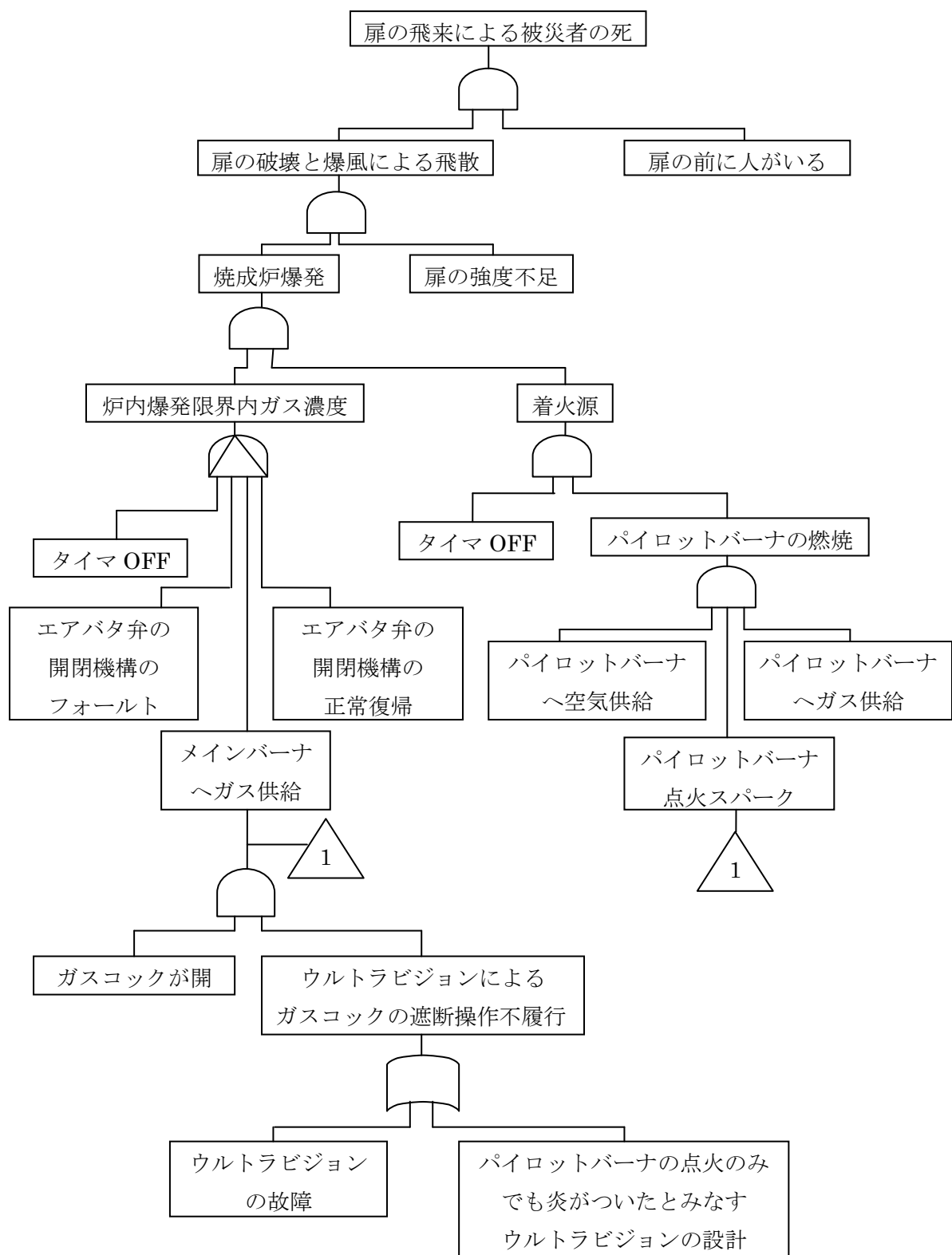


図 4-3 テフロン焼成炉爆発災害の FTA

第5章 電源システムのフォールト

この章では、電源システムフォールトの FT 及びマルコフモデルによる定性的な解析及び定量的な解析について解説を行う。第 1 に電源システムの概要について解説し、これを FT の作成により定性的な解析を行う [19][20][21]。第 2 に FT で得られた最少カットセットより多重積分法を用いて電源システムの不信頼度及びアンアベイラビリティを導出する推定式を導き、最後にマルコフ解析を解説した後、マルコフモデルにより電源システムのアベイラビリティと電源システムのフォールトが単位時間あたりに生起する確率を導出する推定式(以下、機能喪失率)を定式化する。最後にその式から得られる **Output** をグラフにまとめ、考察をする。

5.1 電源システムの設定

図 5-1 は、主電源、予備電源及び切り替えスイッチからなる電源システムである。電源システムは、主電源または予備電源から電力を供給できれば、システムとして正常状態であるといえる。また、このシステムでは、以下の条件を設定する。

正常な切り替えスイッチは、主電源が故障すると瞬時に予備電源に切り替え、また主電源が正常状態に回復すると瞬時に主電源に切り替える。

切り替えスイッチがフォールトのときは、スイッチはそのままの位置を保つ。

電源又はスイッチの故障やフォールトからの回復は、相互に独立なものとする。すなわち、同時に故障や修復は発生しないものとする。

初期時では、主電源、予備電源及びスイッチは正常に起動しているものとする。

両電源がフォールトでありスイッチが正常であれば、スイッチは主電源に接続するものとする。

両電源がフォールトでありスイッチが正常の状況下で、次に電源が修復するとその修復した電源にスイッチは切り替えることができるものとする。

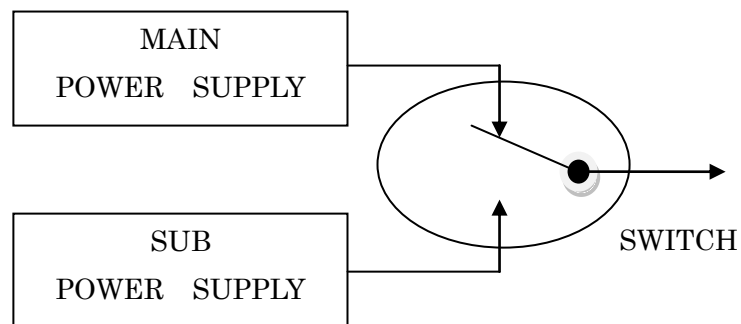


図 5-1 電源システムの構成

次に電源やスイッチの状態又は事象について、以下のように示すこととする。

入力事象 $X_1(X_1)$ ：主電源の故障及びフォールト。

入力事象 $\overline{X_1}(\overline{X_1})$ ：主電源の正常状態。

入力事象 $X_2(X_2)$ ：予備電源の故障及びフォールト。

入力事象 $\overline{X_2}(\overline{X_2})$ ：予備電源の正常状態。

入力事象 $X_3(X_3)$ ：切り替えスイッチの故障及びフォールト。

入力事象 $\overline{X_3}(\overline{X_3})$ ：切り替えスイッチの正常状態。

最後にこの電源システムを最終的に定量的な解析を行うために、各要素(主電源、予備電源及びスイッチ)の故障率及び修復率を以下の記号に設定する。

主電源の故障率及び修復率　： $\lambda_1[1/\text{hr}]$, $\mu_1[1/\text{hr}]$

予備電源の故障率及び修復率： $\lambda_2[1/\text{hr}]$, $\mu_2[1/\text{hr}]$

スイッチの故障率及び修復率： $\lambda_3[1/\text{hr}]$, $\mu_3[1/\text{hr}]$

5.2 電源システムフォールトにおける最小カットセット

この電源システムがフォールトとなるためには、以下の要因が考えられる。

すべての電源がフォールトである。

主電源と切り替えスイッチがフォールトである。

予備電源と切り替えスイッチがフォールトである。

以下にこれらを順に検討し、最小カットセットを求める。

5.2.1 すべての電源のフォールト

2つの電源のフォールトと電源システムのフォールトの関係を図 5-2, 図 5-3 に示す。

図 5-2 の(A)は、主電源が時刻 τ_1 で $\overline{X_1}$ から X_1 に遷移する。その後予備電源が時刻 $\tau_2 > \tau_1$ で $\overline{X_2}$ から X_2 に遷移する。時刻 τ_1 で切り替えスイッチが主電源から予備電源に切り替わるので、時刻 τ_2 までは電源システムは正常状態となるが、時刻 τ_2 以降に電源システムはフォールトとなる。これを最小セットカットで $(X_1 \rightarrow X_2)$ と表現できる。

また、図 5-3 の(B)は、予備電源が時刻 τ_1 で遷移する。その後主電源が時刻 $\tau_2 (> \tau_1)$ で $\overline{X_1}$ から X_1 に遷移する。このため主電源が時刻 τ_2 でフォールトに遷移した時点で、電源システムはフォールトとなる。最小セットカットは $(X_2 \rightarrow X_1)$ と表現できる。

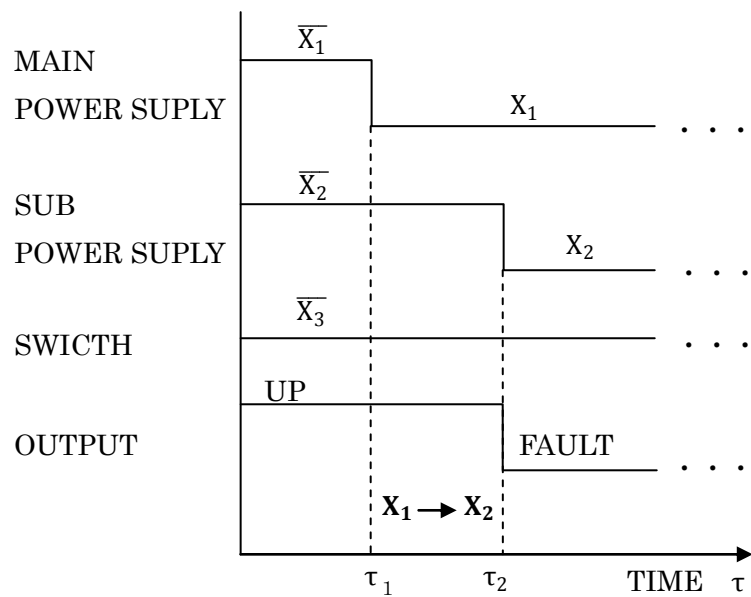


図 5-2 電源システムのフォールト 1 (A)

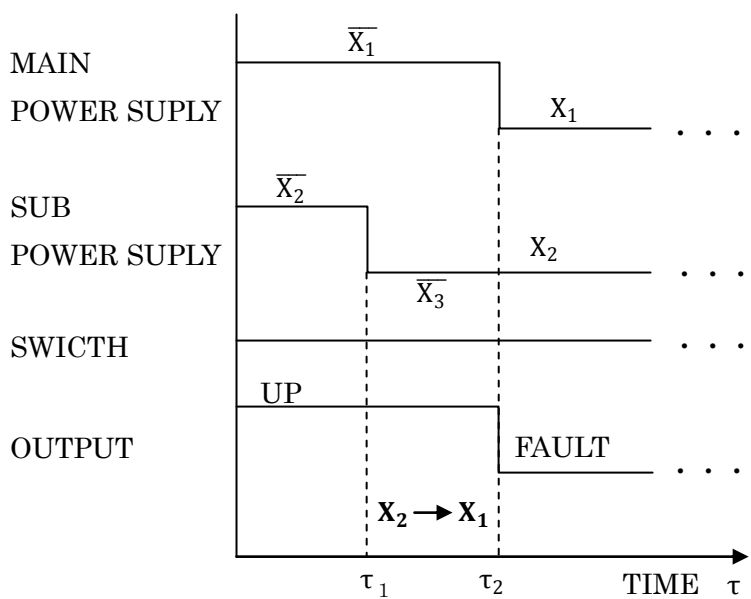


図 5-3 電源システムのフォールト 1 (B)

5.2.2 主電源と切り替えスイッチのフォールト

図 5-4 に示すように，最初に切り替えスイッチが時刻 τ_1 で $\overline{X_3}$ から X_3 に遷移し，その後主電源が時刻 $\tau_2(> \tau_1)$ で $\overline{X_1}$ から X_1 に遷移した時点で，電源システムはフォールトとなる．時刻 τ_2 の時点では，すでに切り替えスイッチはフォールトなため，予備電源には切り替えることが出来ない．なお，最初に主電源がフォールトになり，その後切り替えスイッチがフォールトになる場合は，主電源がフォールトになった時点で予備電源に切り替わり，その後切り替えスイッチがフォールトになったとしても，予備電源がフォールトにならない限り，電源システムはフォールトとならない．したがって，この場合の最小カットセット集合は， $(X_3 \rightarrow X_1)$ と表現できる．

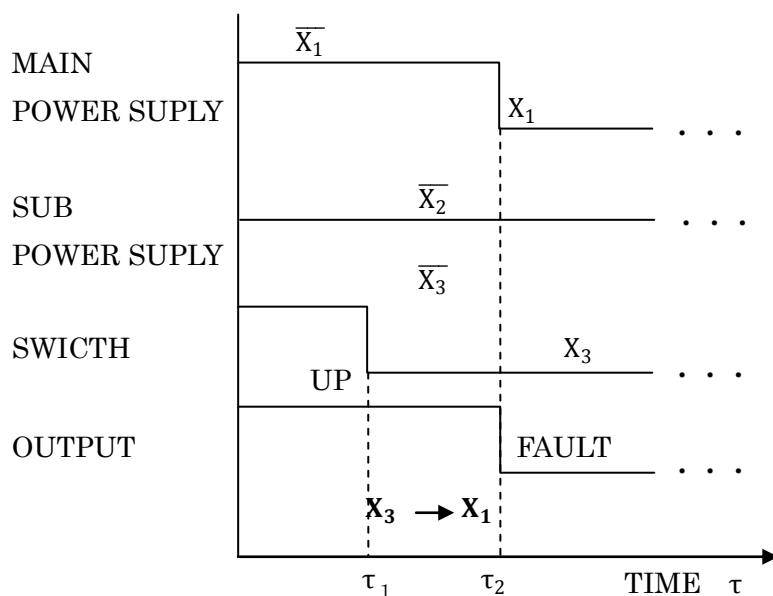


図 5-4 電源システムのフォールト 2

5.2.3 予備電源と切り替えスイッチのフォールト

図 5-5 に示すように，まず主電源が時刻 τ_1 で $\overline{X_1}$ から X_1 に遷移し，予備電源へと切り替わる．その後，切り替えスイッチが時刻 $\tau_2(> \tau_1)$ で $\overline{X_3}$ から X_3 に遷移し，フォールトとなる．次に主電源が時刻 $\tau_3(> \tau_2)$ で X_1 から $\overline{X_1}$ に遷移し修復するが，切り替えスイッチはフォールトなので，予備電源から主電源に切り替えることはできない．最後に時刻 $\tau_4(> \tau_3)$ で予備電源が $\overline{X_2}$ から X_2 に遷移しフォールトとなり，電源システムはフォールトとなる．これを最小カットセット集合で表わすと， $(X_1 \rightarrow X_3 \rightarrow \overline{X_1} \rightarrow X_2)$ となる．

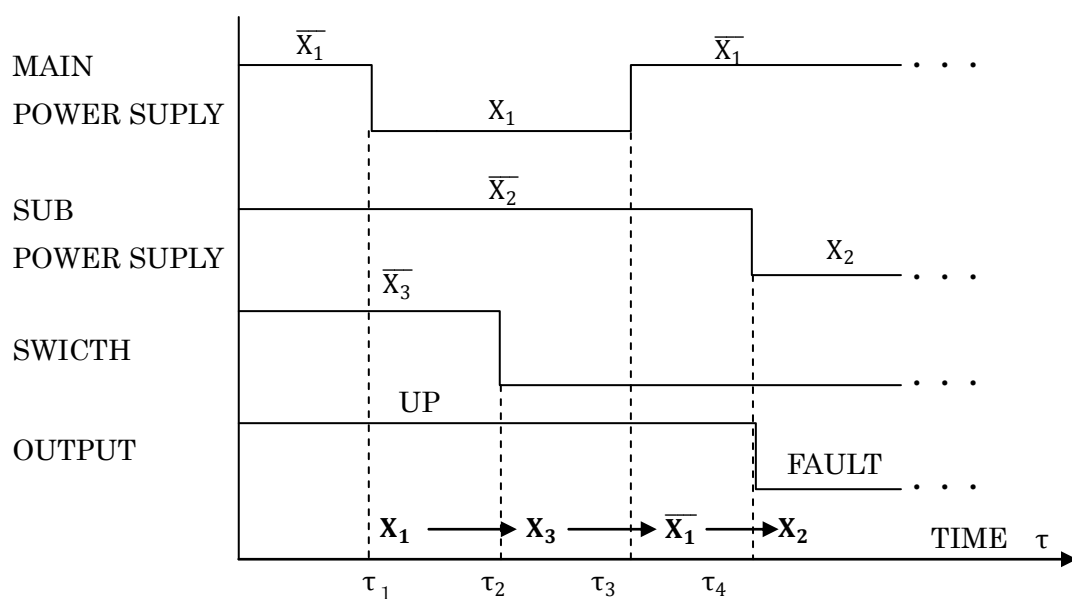


図 5-5 電源システムのフォールト 3

5.3 電源システムの FTA

5.3.1 電源システムの FTA と非コヒーレント FTA

この電源システムを修理系と非修理系で分けて考察し、5.2 で示した電源システムがフォールトとなるための最小カットセットをそれぞれ FT で示す。

まず、非修理系の電源システムについての場合、図 5-5 で示したような主電源の修理が含まれる電源システムのフォールトは存在しない。しかし、図 5-2, 図 5-3, 図 5-4 から得られた電源システムのフォールトに必要な最小カットセット $(X_1 \rightarrow X_2)$, $(X_2 \rightarrow X_1)$, $(X_3 \rightarrow X_1)$ は存在し得る。したがって、これらの最小カットセットを基本事象ともつ FT を図 5-6 のように表わすことができる。

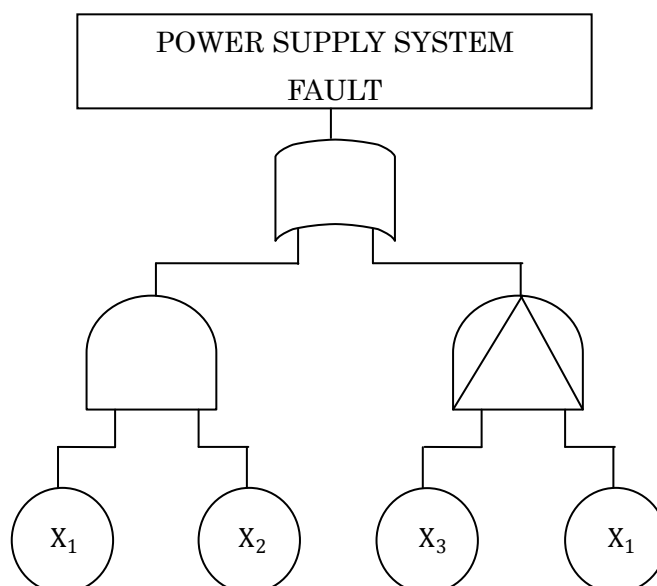


図 5-6 非修理系電源システムの FT

次に修理系の電源システムの場合、図 5-5 で示した通り、主電源が正常状態から修復した過程を持ちながら電源システムがフォールトになっているため、この電源システムは非コヒーレントシステムといえる。また、電源システムがフォールトとなるための基本事象の最小カットセットは、図 5-2～図 5-5 から $(X_1 \rightarrow X_2)$, $(X_2 \rightarrow X_1)$, $(X_3 \rightarrow X_1)$, $(X_1 \rightarrow X_3 \rightarrow \bar{X}_1 \rightarrow X_2)$ と得られたので、これを FT で示すと図 5-7 のようになる。

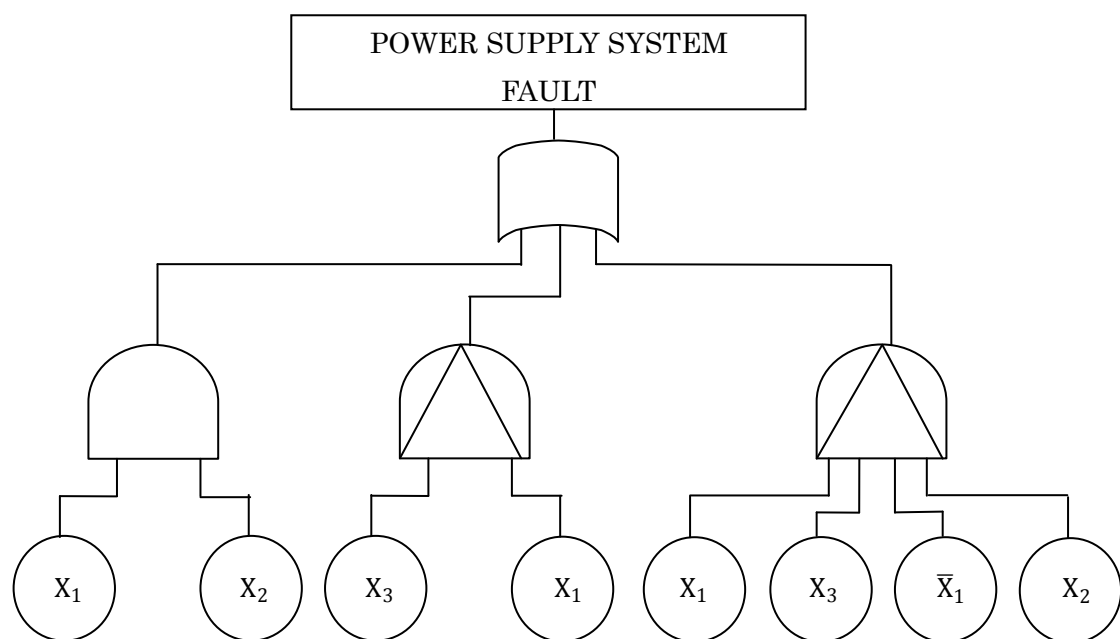


図 5-7 修理系電源システムの非コヒーレント FT

5.3.2 電源システムの FTA による定性的解析

図 5-8 で示した FT の入力事象は頂上事象を得るための最小カットセットのみならず，システムフォールトになる可能性を全て含め記載したものである．最小カットセットのみを記載して FT を簡単化することもできるが，この FT の方が初期段階で当該電源システムを定性的に解析しやすいので以下に示した．

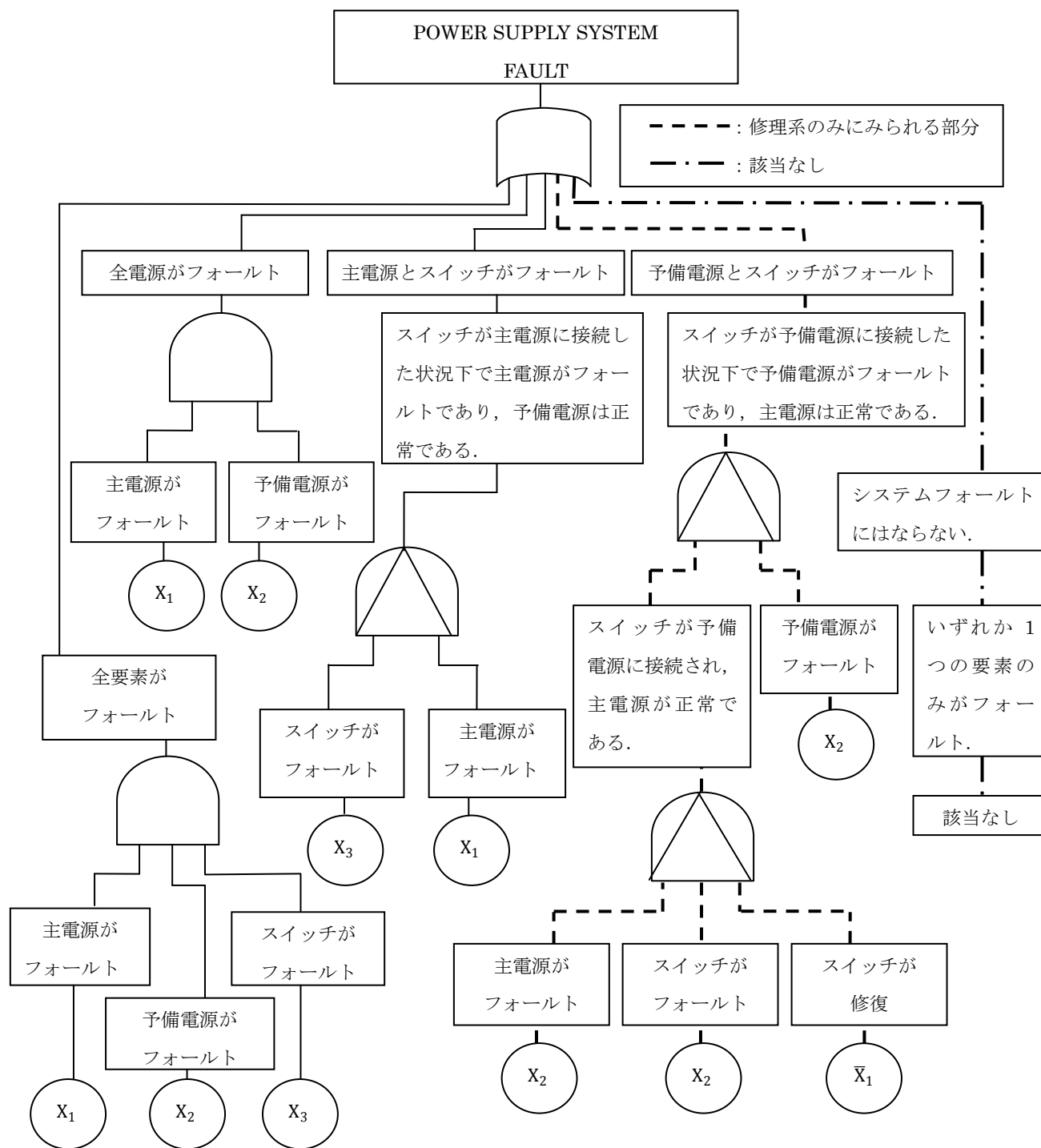


図 5-8 電源システムの FTA

5.4 非修理系電源システムにおける不信頼度

ここから電源システムのフォールトに対する定量的な解析を行う。

まず，非修理系電源システムの不信頼度について解説する．Fussel らが，非修理系システムにおいて，優先 AND ゲートの入力が発生が指数分布に従う場合の出力事象の発生確率を定式化している^[13]．以下にこれについて述べる．

図 5-9 は， n 入力事象の優先 AND ゲートを表したものである．出力事象を B とし， B は入力事象 A_n, A_{n-1}, \dots, A_1 がこの順に生じた場合のみに生起するものとする．

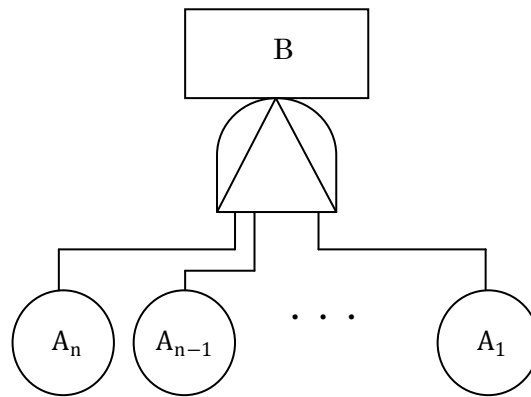


図 5-9 n 入力事象優先 AND ゲート

まず，以下のように記号を定義する．

λ_i	入力事象生起確率
N	優先 AND ゲートの入力事象ナンバー
N	要素 $[N, N-1, N-2, \dots, 2, 1]$
L^{-1}	ラプラス変換記号
s	ラプラス変換変数
t	時刻
$f_i(t_i)$	$\lambda_i e^{-\lambda_i t_i}$

また，以下の条件下で定式化を行っている．

入力事象の生起は独立に行われる．

入力事象の生起は指数分布に従うものとする．

入力事象は，修復過程を持たないものとする．

この時、 A_n, A_{n-1}, \dots, A_1 の順に生起する確率 $P_r\{N\}$ は、

$$P_r\{N\} = \int_0^t f_1(t_1) \int_0^{t_1} f_2(t_2) \cdots \int_0^{t_{n-1}} f_n(t_n) dt_n \cdots dt_2 dt_1 \quad (1.1)$$

となり、

$$\int_0^{t_{i-1}} f_i(t_i) dt_i = L^{-1} \left\{ \frac{\lambda_i}{s(s + \lambda_i)} \right\} \quad (1.2)$$

となるので、式 1.1 は、 $m > 0$ の時、

$$a_0 \equiv 0, \quad a_m \equiv - \sum_{j=1}^m \lambda_j \quad (1.3)$$

ならば、

$$P_r\{N\} = L^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \prod_{j=1}^N \frac{\lambda_j}{s - a_j} \right\} \quad (1.4)$$

となる。式 1.4 をヘビィサイドの定理から、

$$P_r\{N\} = \prod_{i=1}^N \lambda_i \sum_{K=0}^N \left[\frac{e^{a_K t}}{\prod_{\substack{j=0 \\ j \neq K}}^N (a_K - a_j)} \right] \quad (1.5)$$

と表すことができる。

また、 $\lambda_i t < 0.1$ の時、級数展開 $e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} \cdots$ から、

$$P_r\{N\} \cong \frac{1}{N!} \prod_{i=1}^N \lambda_i t \quad (1.6)$$

と表すことができる。

この式 1.5 を使って、2 入力の場合、つまり、 $P_r\{2, 1\}$ を求めると、

$$P_r\{2, 1\} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} - e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \quad (1.7)$$

となり、式 1.6 から、 $\lambda_i t < 0.1$ の時、

$$P_r\{2, 1\} \cong \lambda_1 \lambda_2 \frac{t^2}{2} \quad (1.8)$$

と表される。

同様に 3 入力の場合、つまり、 $P_r\{X_3, X_2, X_1\}$ を求めると、

$$P_r\{X_3, X_2, X_1\} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left[\frac{1}{\lambda_1(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + \lambda_3)} + \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{(\lambda_1 + \lambda_2) \lambda_2 \lambda_3} - \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t}}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)(\lambda_2 + \lambda_3) \lambda_3} \right] \quad (1.9)$$

と表わされる。

ここで、電源システムの場合について検討する。非修理系の電源システムの FT は図 5-6 で示したが、これは図 5-10 のように表わすことができる。

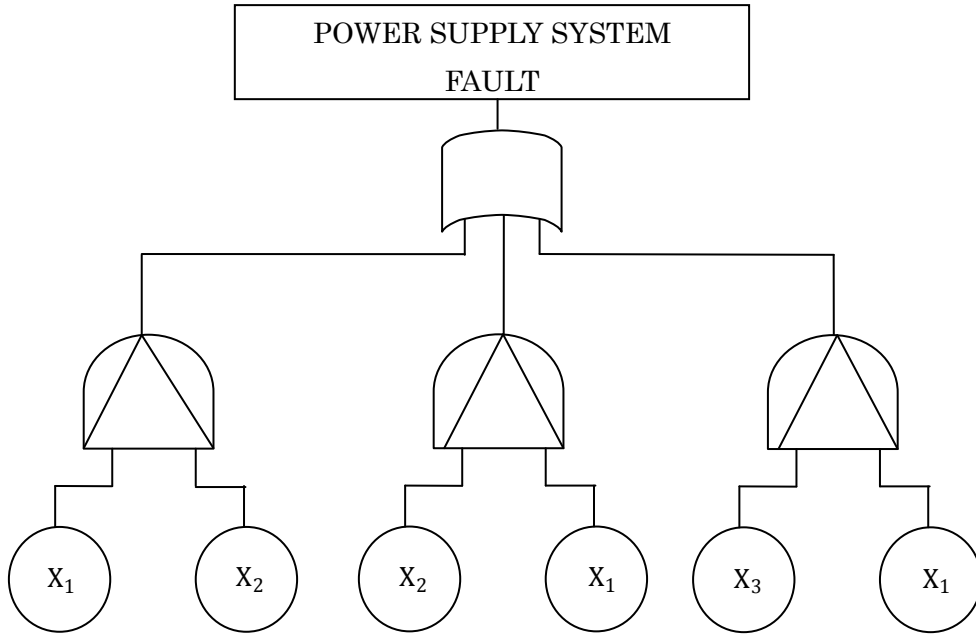


図 5-10 非修理系電源システムの FT

X_i の生起確率(故障率)を λ_i とし、 λ_i が指数分布に従う場合、不信頼度 Q は、

$$Q_1 = P_r\{X_1, X_2\} + P_r\{X_2, X_1\} + P_r\{X_3, X_1\} - P_r\{X_3, X_2, X_1\} - P_r\{X_3, X_1, X_2\} - P_r\{X_2, X_3, X_1\} \quad (1.10)$$

と表すことができる。また、式 1.7 と式 1.9 より、

$$P_r\{X_1, X_2\} = \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} - e^{-\lambda_2 t} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \quad (1.11)$$

$$P_r\{X_2, X_1\} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} - e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \quad (1.12)$$

$$P_r\{X_3, X_1\} = \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_3} - e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_3} e^{-(\lambda_1 + \lambda_3)t} \quad (1.13)$$

$$P_r\{X_3, X_2, X_1\} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left[\frac{1}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_2 + \lambda_3)} + \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}}{(\lambda_1 + \lambda_2) \lambda_2 \lambda_3} - \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)t}}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\lambda_2 + \lambda_3) \lambda_3} \right]$$

(1.14)

$$P_r\{X_3, X_1, X_2\} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left[\frac{1}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_3)} + \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2) t}}{(\lambda_1 + \lambda_2) \lambda_1 \lambda_3} - \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) t}}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\lambda_1 + \lambda_3) \lambda_3} \right]$$

(1.15)

$$P_r\{X_2, X_3, X_1\} = \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \left[\frac{1}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_3) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \frac{e^{-\lambda_1 t}}{\lambda_1 \lambda_3 (\lambda_2 + \lambda_3)} + \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_3) t}}{(\lambda_1 + \lambda_3) \lambda_2 \lambda_3} - \frac{e^{-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) t}}{(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) (\lambda_2 + \lambda_3) \lambda_2} \right]$$

(1.16)

と導かれる。

このとき、 $P_r\{X_1, X_2\} + P_r\{X_2, X_1\} + P_r\{X_3, X_1\}$ は、 $P_r\{X_3, X_1, X_2\}$, $\{X_3, X_2, X_1\}$, $P_r\{X_2, X_3, X_1\}$ をそれぞれ重複して足されているため、 $P_r\{X_1, X_2\} + P_r\{X_2, X_1\} + P_r\{X_3, X_1\}$ から $P_r\{X_3, X_1, X_2\} + \{X_3, X_2, X_1\} + P_r\{X_2, X_3, X_1\}$ を引いている。

FT でシステムのフォールトを示した場合、入力事象は最小カットセットで表わされる。最小カットセットは、要素のフォールトの数が最小の場合を示す。つまり、要素が A,B,C の 3 つあったとしても要素が 2 つでシステムフォールトになる場合は、最小カットセットは(A→B)のように表わす。しかし、この(A→B)の中には、(C→A→B)や(A→C→B)等を含む。以下に(A→B)が(C→A→B)や(A→C→B)等を含むことをブール代数により証明する。

$$\begin{aligned} & \Pr(A \text{ 生起} \cap B \text{ 生起}) \\ &= \Pr(A \cap B) \\ &= \Pr(A) \cdot \Pr(B) \\ &= \Pr(A) \cdot \Pr(B) \cdot \{\Pr(C) + \Pr(\bar{C})\} \\ &= \Pr(A) \cdot \Pr(B) \cdot \Pr(C) + \Pr(A) \cdot \Pr(B) \cdot \Pr(\bar{C}) \end{aligned}$$

(1.17)

上記の式から解る通り、A と B の AND 結合の中には、C の生起状態と非生起状態である確率が含まれている。このことから、 $P_r\{X_1, X_2\} + P_r\{X_2, X_1\} + P_r\{X_3, X_1\}$ を考えた場合、 $P_r\{X_3, X_1, X_2\}$, $P_r\{X_3, X_2, X_1\}$, $P_r\{X_2, X_3, X_1\}$ が重複して含まれていることを以下に解説する。

$P_r\{X_1, X_2\}$, $P_r\{X_2, X_1\}$, $P_r\{X_3, X_1\}$ は、それぞれ以下の式に表わすことができる。

$$P_r\{X_1, X_2\} = P_r\{X_3, X_1, X_2\} + P_r\{X_1, X_3, X_2\} + P_r\{X_1, X_2, X_3\}$$

(1.18)

$$P_r\{X_2, X_1\} = P_r\{X_3, X_2, X_1\} + P_r\{X_2, X_3, X_1\} + P_r\{X_2, X_1, X_3\}$$

(1.19)

$$P_r\{X_3, X_1\} = P_r\{X_2, X_3, X_1\} + P_r\{X_3, X_2, X_1\} + P_r\{X_3, X_1, X_2\} \quad (1.20)$$

このとき、上記の式に非生起状態の確率が含まれていないのは、非修理系システムであるためである。上記の式から、 $P_r\{X_3, X_1, X_2\}$ 、 $P_r\{X_3, X_2, X_1\}$ 、 $P_r\{X_2, X_3, X_1\}$ が重複されていることがわかる。

またこの電源システムは非修理系であるため、時間が経つとフォールトである確率は1(100%)に収束されていくことが推測される。したがって、式 1.11～式 1.16 の t を無限大にした結果、

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_r\{X_1, X_2\} \cong \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (1.21)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_r\{X_2, X_1\} \cong \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (1.22)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_r\{X_3, X_1\} \cong \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_3} \quad (1.23)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_r\{X_3, X_2, X_1\} \cong \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \quad (1.24)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P_r\{X_3, X_1, X_2\} \cong \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \quad (1.25)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P_r\{X_2, X_3, X_1\} \cong \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_3) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \quad (1.26)$$

となり、式 1.10 及び式 1.21～式 1.26 より、

$$\begin{aligned} \lim_{t \rightarrow \infty} Q &\cong \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} + \frac{\lambda_3}{\lambda_1 + \lambda_3} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \\ &\quad - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}{\lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_3) (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)} \\ &= 1 \end{aligned} \quad (1.27)$$

となる。この電源システムの不信頼度の時間 t を無限大にした結果、1 に収束することがわ

かった．従って，このことから式 1.10 は不信頼度を求める必要条件を満たしていると考えられる．

5.5 修理系電源システムのアンアベイラビリティ

次に，修理系電源システムのアンアベイラビリティについて解説する．
佐藤らが，修理系システムにおいて，優先 AND ゲートの入力が発生が指数分布に従う場合の出力事象の発生確率を定式化している^[18]．以下にこれについて解説する．

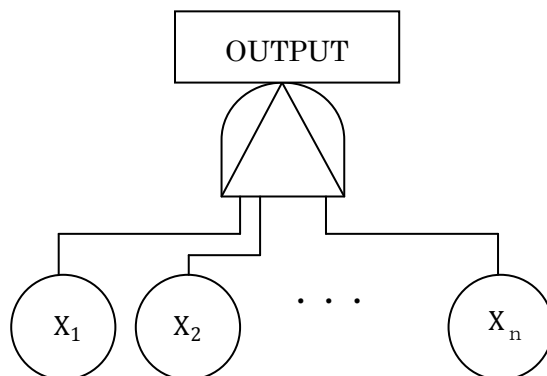


図 5-11 基本的順序依存故障論理の図式表現

図 5-11 で示したように，入力事象を X_1, X_2, \dots, X_n とした順序故障論理をもつ FT について考える．また，ここで扱う記号は以下に定義する．

n : 入力事象の数

χ : n 個の異なる入力事象 $1, 2, \dots, n$ が事象 X_1, X_2, \dots, X_n の順序で発生し，結果的に全入力事象が同時に生起することを表す入力事象の生起順序ベクトル $[\chi_1, \chi_2, \dots, \chi_n]$

X : $n!$ 個存在する発生順序ベクトル χ の集合

X_1 : 出力事象を生起させる発生順序ベクトル χ の集合

λ_{X_i} : 入力事象 X_i の時刻 t で非生起の条件下での単位時間あたりの発生確率

μ_{X_i} : 入力事象 X_i の時刻 t で生起の条件下での単位時間あたりの修復確率

$Q_{X_i}(t)$: 入力事象 X_i が時刻 t で生起している確率

$Q^*(t)$: 出力事象が時刻 t で生起している確率

\mathcal{L}^{-1} : ラプラス逆変換作用素

s : ラプラス変換変数

t, τ_i, μ_i : 時間およびそのパラメータ

ここで最小カットセットを構成する n 個の入力事象に対して，次のような仮定をおく．

各入力事象 $1, 2, \dots, n$ は，その生起に関して相互に統計的に独立である．

各入力事象は、指数分布的定数発生率 λ_i と修復率 μ_i ($i=1,2,\dots,n$)を有し、 $t=0$ では各々非生起である。

各入力事象が任意の微少時間 $(t, t + \Delta t]$ で2回以上発生する確率は $o(\Delta t)$ である。

いま、上記の仮定を満足する n 個の異なる入力事象 $1, 2, \dots, n$ からなる論理依存故障論理において、出力事象がある時刻 t で生起している確率、つまりアンアベイラビリティ $Q^*(t)$ は、

$$Q^*(t) = \sum_{x \in X_1} \left[\int_0^t \int_{\tau_1}^t \int_{\tau_2}^t \int_{\tau_3}^t \cdots \int_{\tau_{n-1}}^t f_{\chi_1}(\tau_1) f_{\chi_2}(\tau_2) \cdots f_{\chi_n}(\tau_n) d\tau_n d\tau_{n-1} \cdots d\tau_1 \right] \quad (2.1)$$

と表すことができる。この式の証明は、省略する。

式 2.1 の定常解について以下に示すように与えられる。

$$\begin{aligned} Q_c^* &= \lim_{t \rightarrow \infty} Q^*(t) \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{x \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \int_0^t \int_{\tau_1}^t \int_{\tau_2}^t \cdots \int_{\tau_{n-1}}^t \left\{ \mu_{\chi_1} e^{-\mu_{\chi_1}(t-\tau_1)} + \lambda_{\chi_1} e^{-(\lambda_{\chi_1}\tau_1 + \mu_{\chi_1}t)} \right\} \right. \\ &\quad \times \left\{ \mu_{\chi_2} e^{-\mu_{\chi_2}(t-\tau_2)} + \lambda_{\chi_2} e^{-(\lambda_{\chi_2}\tau_2 + \mu_{\chi_2}t)} \right\} \cdots \\ &\quad \left. \times \left\{ \mu_{\chi_n} e^{-\mu_{\chi_n}(t-\tau_n)} + \lambda_{\chi_n} e^{-(\lambda_{\chi_n}\tau_n + \mu_{\chi_n}t)} \right\} d\tau_n d\tau_{n-1} \cdots d\tau_1 \right] \\ &= \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{x \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \int_0^t \mu_{\chi_1} e^{-\mu_{\chi_1}\mu_1} \int_0^{\mu_1} \mu_{\chi_2} e^{-\mu_{\chi_2}\mu_1} \int_0^{\mu_2} \cdots \int_0^{\mu_{n-1}} \mu_{\chi_n} e^{-\mu_{\chi_n}\mu_n} d\mu_n d\mu_{n-1} \cdots d\mu_1 \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

となるが、

$$\int_0^{\mu_i-1} \mu_{\chi_i} e^{-\mu_{\chi_i}\mu_i} d\mu_i = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\mu_{\chi_i}}{s(s + \mu_{\chi_i})} \right\} \quad (2.3)$$

であるので、

$$\begin{aligned}
Q_c^* &= \lim_{t \rightarrow \infty} \sum_{\chi \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{1}{s} \prod_{i=1}^n \left(\frac{\mu_{\chi_i}}{s + \sum_{j=1}^i \mu_{\chi_j}} \right) \right\} \right] \\
&= \lim_{s \rightarrow 0} \sum_{\chi \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \mathcal{L}^{-1} \left\{ s \cdot \frac{1}{s} \prod_{i=1}^n \left(\frac{\mu_{\chi_i}}{s + \sum_{j=1}^i \mu_{\chi_j}} \right) \right\} \right] \\
&= \sum_{\chi \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^n \left(\frac{\lambda_{\chi_i} \mu_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \left\{ \prod_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^i \mu_{\chi_j} \right) \right\}^{-1} \right] \\
&\quad (2.4)
\end{aligned}$$

と表すことができる.

ここで, 定常状態における 2 入力事象のアンアベイラビリティは,

$$\begin{aligned}
Q_c^* &= \sum_{\chi \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^2 \left(\frac{\lambda_{\chi_i} \mu_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \left\{ \prod_{i=1}^2 \left(\sum_{j=1}^i \mu_{\chi_j} \right) \right\}^{-1} \right] \\
&= \sum_{\chi \in X_1} \frac{\lambda_1 \lambda_2 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_2)} \\
&\quad (2.5)
\end{aligned}$$

と表せ, 定常状態における 3 入力事象のアンアベイラビリティは,

$$\begin{aligned}
Q_c^* &= \sum_{\chi \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^3 \left(\frac{\lambda_{\chi_i} \mu_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \left\{ \prod_{i=1}^3 \left(\sum_{j=1}^i \mu_{\chi_j} \right) \right\}^{-1} \right] \\
&= \sum_{\chi \in X_1} \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \mu_2 \mu_3}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)(\lambda_3 + \mu_3)(\mu_1 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)} \\
&\quad (2.6)
\end{aligned}$$

と表される. また, 同様に 4 入力事象のアベイラビリティは,

$$\begin{aligned}
Q_c^* &= \sum_{\chi \in X_1} \left[\left\{ \prod_{i=1}^4 \left(\frac{\lambda_{\chi_i} \mu_{\chi_i}}{\lambda_{\chi_i} + \mu_{\chi_i}} \right) \right\} \left\{ \prod_{i=1}^4 \left(\sum_{j=1}^i \mu_{\chi_j} \right) \right\}^{-1} \right] \\
&= \sum_{\chi \in X_1} \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 \lambda_4 \mu_2 \mu_3 \mu_4}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)(\lambda_3 + \mu_3)(\lambda_4 + \mu_4)(\mu_1 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3)(\mu_1 + \mu_2 + \mu_3 + \mu_4)} \\
&\quad (2.7)
\end{aligned}$$

と表される.

ここで，電源システムの場合について検討する．修理系の電源システムの FT は図 5-7 で示したが，これは図 5-12 のように表わすことができる．

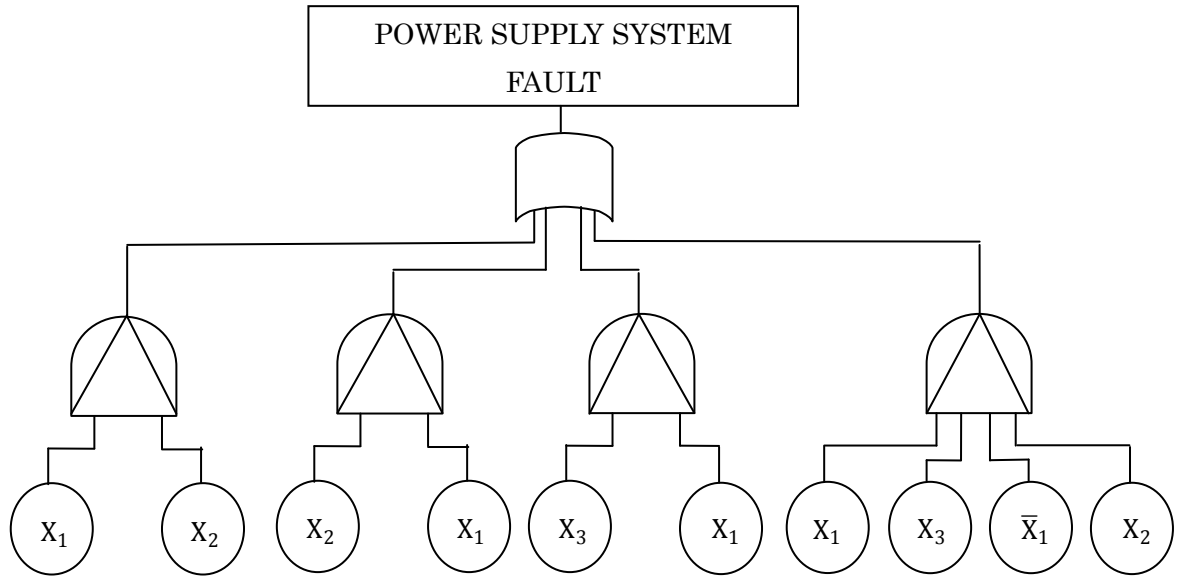


図 5-12 修理系電源システムの非コヒーレント FT

X_i の生起確率(故障率)を λ_i ， \bar{X}_i の生起確率(修復率)を μ_i とし， λ_i 及び μ_i が指数分布に従う場合，定常状態におけるアンアベイラビリティ Q は，

$$Q = P_r\{X_1, X_2\} + P_r\{X_2, X_1\} + P_r\{X_3, X_1\} + P_r\{X_1, X_3, \bar{X}_1, X_2\} \quad (2.8)$$

と表すことができる．また，このとき，式 2.5 と式 2.7 より，

$$P_r\{X_1, X_2\} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_2)} \quad (2.9)$$

$$P_r\{X_2, X_1\} = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_2)} \quad (2.10)$$

$$P_r\{X_3, X_1\} = \frac{\lambda_1 \lambda_3 \mu_1}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_3 + \mu_3)(\mu_1 + \mu_3)} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned}
& P_r\{X_1, X_3, \bar{X}_1, X_2\} \\
&= \frac{\lambda_1 \lambda_3 \mu_1 \lambda_2 \mu_3 \lambda_1 \mu_2}{(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_3 + \mu_3)(\lambda_1 + \mu_1)(\lambda_2 + \mu_2)(\mu_1 + \mu_3)(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_1)(\mu_1 + \mu_3 + \lambda_1 + \mu_2)} \\
&= \frac{\lambda_1^2 \lambda_2 \lambda_3 \mu_1 \mu_2 \mu_3}{(\lambda_1 + \mu_1)^2 (\lambda_2 + \mu_2)(\lambda_3 + \mu_3)(\mu_1 + \mu_3)(\lambda_1 + \mu_1 + \mu_3)(\lambda_1 + \mu_1 + \mu_2 + \mu_3)} \\
&\hspace{15em} (2.12)
\end{aligned}$$

となる.

5.6 マルコフ解析

電源システムの定量的解析は、主にマルコフモデルを用いて行った。これは、FTA や多重積分法等に比べて、厳密にモデル化できるため、システムフォールトの生起確率について厳密な数値解を求めることができると考えられるためである。

まず、マルコフモデルによる解析方法について解説する^[6]。

マルコフモデルとは、システムの状態の移行を体系的に表現したものである。例えば、信頼性ブロック図で表わすと図 5-13 のような *1-out-of-1* 構造をもつシステムで、マルコフモデルを考察すると、このシステムは 1 つだけ要素を持っているため、この要素がフォールトになれば(1)システムはフォールト(#2)，正常状態であれば(0)システムは正常状態(#1)を保つ。また、要素がフォールトになる確率(故障率)を $\lambda[1/hr]$ とし、反対にフォールトから正常状態に修復する確率(修復率)を $\mu[1/hr]$ としたとき、このシステムをマルコフモデルで図 5-14 のように表現できる。

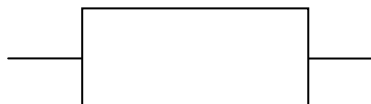


図 5-13 *1-out-of-1* 構造のシステム

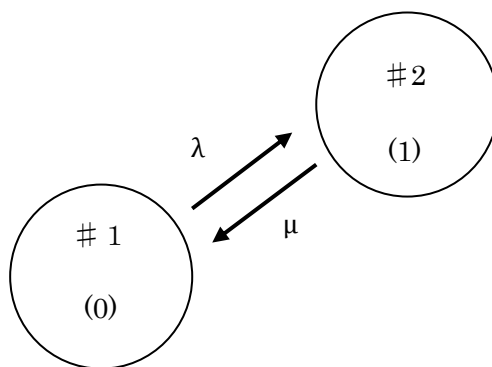


図 5-14 *1-out-of-2* システムのマルコフモデル

このように表わされたマルコフモデルから、システムがフォールトに生起する確率を以下に解説した。

時間 τ で状態 $\#i$ である確率 $P_i(\tau)$ をとすると、

$$P(\tau) = \begin{bmatrix} P_1(\tau) \\ P_2(\tau) \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

と表すことができる。これをマルコフ微分方程式より、

$$\frac{d}{d\tau} P(\tau) = A P(\tau) \quad (3.2)$$

$$A = \begin{bmatrix} -\lambda & \mu \\ \lambda & -\mu \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

と表せ、また定常状態の場合を考えると、初期条件が

$$P(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

となるので、

$$\begin{cases} \lim_{\tau \rightarrow \infty} P(\tau) = A P(\infty) = 0 \\ P_1(\infty) + P_2(\infty) = 1 \end{cases} \quad (3.5)$$

と表すことができる。以上より、定常状態におけるシステムの正常状態である確率 $P_1(\infty)$ と、フォールトである確率 $P_2(\infty)$ は、

$$\begin{cases} P_1(\infty) = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \\ P_2(\infty) = \frac{\lambda}{\lambda + \mu} \end{cases} \quad (3.6)$$

と式を導出することができる。

また、定常状態において、時刻 $(\tau, \tau + d\tau]$ で#1 から#2 に移る確率、つまり、時刻 $(\tau, \tau + d\tau]$ でシステムがフォールトへ生起する確率は、

$$P_1\{\tau \text{ で#1 である確率}\} \cdot \lambda d\tau = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \cdot \lambda d\tau \quad (3.7)$$

となり、単位時間あたりの#2 が生起する確率は、

$$\frac{\frac{\mu}{\lambda + \mu} \cdot \lambda d\tau}{d\tau} = \frac{\mu}{\lambda + \mu} \cdot \lambda \quad (3.8)$$

と求めることができる.

このようにマルコフモデルを用いた解析方法により, システムのアンアベイラビリティや単位時間あたりの事象生起確率を定式化できる.

5.7 吸収マルコフモデルとその他(通常)マルコフモデルの関係

5.7.1 回復率について

要素の修復過程を持たない非修理系システムなどは，フォールトになるとそこから状態が移行せず，時間の経過とともにフォールトである確率が増してくる．このようなシステムをマルコフモデルで示すと図 5-15 の上のようになり，吸収マルコフモデルと表現する．

A は B に移行し B はフォールトに移行するが，フォールトからは他の状態に移行できず時間が経つにつれ，フォールトである確率高くなることが図 5-14 からわかる．この吸収マルコフモデルを用いて時間平均のフォールト生起確率を求めることができる．同等のシステムを図 5-15 の下のようなマルコフモデルで表現し， m を無限に極限することで，同様に定常状態におけるフォールト生起確率を定式化することができる⁸⁾．

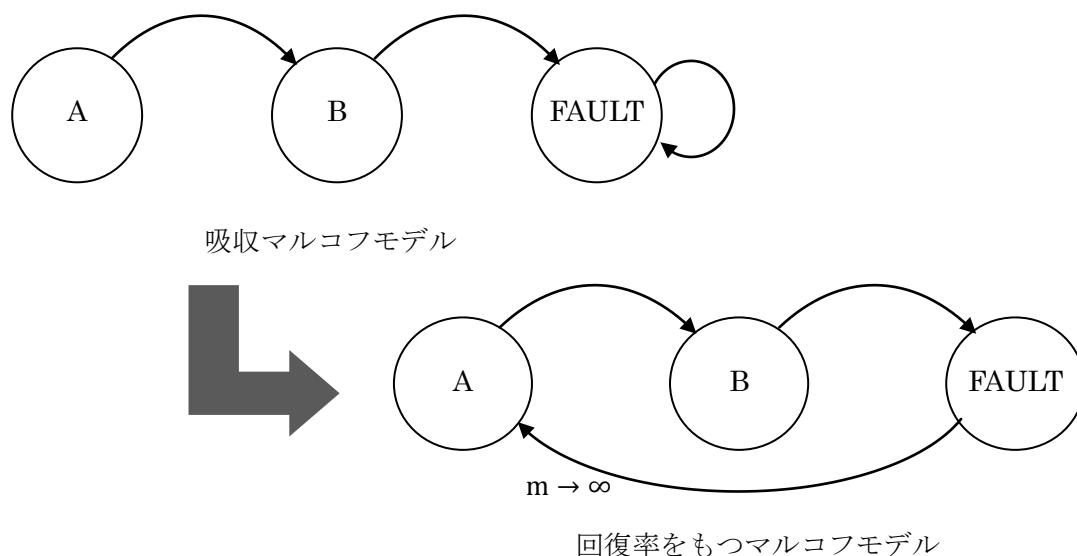


図 5-15 マルコフモデル

図 5-15 の下図は，フォールトから回復率 m (以下， m)で初期状態 A に移行するようにした． m は，フォールトの際に単位時間あたりに他の同等のシステムへ解析対象が移行する確率である．

本研究では，非修理系や修理系でもフォールトになると状態の遷移を行わないシステムにおいて， m をもつマルコフモデルを用いて定式化する．したがって，以下に吸収マルコフモデルと m をもつ通常マルコフモデルの関係を示し， m をもつマルコフモデルを用いて m を無限に極限することで，定常状態におけるフォールト生起確率が求められることを解説

する.

まず, 図 5-16 の信頼性ブロック図で表わされる *1-out-of-2* 構成のシステムを図 5-17 のマルコフモデルで示す.



図 5-16 *1-out-of-2* 構成の信頼性ブロック図

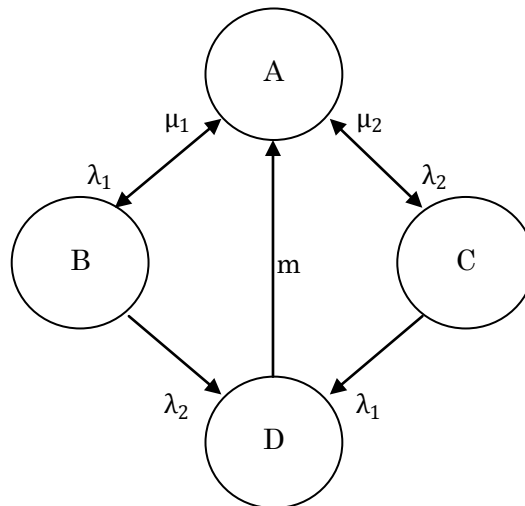


図 5-17 *1-out-of-2* 構成のマルコフモデル

図 5-17 のマルコフモデルでは, A は初期状態, B と C はチャネルが 1 つフォールトである状態, D は両チャネルがフォールトでありシステムフォールトの状態を表している. また, それぞれの故障率 λ_1 及び λ_2 , 修復率 μ_1 及び μ_2 , 回復率 m は図 5-17 に示した通りである.

このマルコフモデルから定常状態におけるシステムフォールトの生起確率を以下のようにして求める. ただし, 状態 A, B, C 及び D である確率を P_A , P_B , P_C 及び P_D とする.

$$P_A + P_B + P_C + P_D = 1$$

(4.1)

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P_A = \mu_1 P_B + \mu_2 P_C + m P_D$$

$$(4.2)$$

$$(\mu_1 + \lambda_2)P_B = \lambda_1 P_A$$

$$(4.3)$$

$$(\lambda_1 + \mu_2)P_C = \lambda_2 P_A$$

$$(4.4)$$

$$mP_D = \lambda_2 P_B + \lambda_1 P_C$$

$$(4.5)$$

以上の式がマルコフモデルから立てられるので、これを解くと、

$$P_B = \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (4.6)$$

$$P_C = \frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (4.7)$$

と導かれる．ここで、この場合のフォールト生起確率 F とすると、

$$F\Delta t = P_B \lambda_2 \Delta t + P_C \lambda_1 \Delta t + o(\Delta t) \quad (4.8)$$

と表すことができるので、

$$F = \frac{\lambda_2 \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right) + \lambda_1 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (4.9)$$

と導かれる．ここで、図 5-17 において、フォールトから初期状態への復帰を考えなければ、つまり m を考えない場合、吸収マルコフとなる．以下では、フォールトへの平均吸収時間の逆数と上記で求めた F の関係を考察した．吸収マルコフモデルを連立微分方程式で表わすと、

$$\frac{dP_A(t)}{dt} = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_A(t) + \mu_1 P_B(t) + \mu_2 P_C(t) \quad (4.10)$$

$$\frac{dP_B(t)}{dt} = \lambda_1 P_A(t) - (\mu_1 + \lambda_2) P_B(t) \quad (4.11)$$

$$\frac{dP_C(t)}{dt} = \lambda_2 P_A(t) - (\lambda_1 + \mu_2) P_C(t) \quad (4.12)$$

$$\frac{dP_D(t)}{dt} = \lambda_2 P_B(t) + \lambda_1 P_C(t) \quad (4.13)$$

となる．フォールトへの平均吸収時間 T は、

$$\begin{aligned} T &= \int_0^\infty t(\lambda_2 P_B(t) + \lambda_1 P_C(t)) dt \\ &= \int_0^\infty t \frac{dP_D(t)}{dt} dt \end{aligned} \quad (4.14)$$

また、上記の連立方程式から、

$$\frac{dP_A(t)}{dt} + \frac{dP_B(t)}{dt} + \frac{dP_C(t)}{dt} + \frac{dP_D(t)}{dt} = 0 \quad (4.15)$$

したがって、

$$\begin{aligned} T &= - \int_0^\infty t \left(\frac{dP_A(t)}{dt} + \frac{dP_B(t)}{dt} + \frac{dP_C(t)}{dt} \right) dt \\ &= - [t(dP_A(t) + dP_B(t) + dP_C(t))]_0^\infty + \int_0^\infty (dP_A(t) + dP_B(t) + dP_C(t)) dt \end{aligned} \quad (4.16)$$

と表される．ここで、

$$P(t) = dP_A(t) + dP_B(t) + dP_C(t) \quad (4.17)$$

とおく． $P(t)$ は、 $P_{(0)} = 1$ であり、かつ $[0, \infty)$ で連続な関数である．一般に t に関して $[0, \infty)$ で連続な関数 $f(t)$ について、 $\lim_{t \rightarrow \infty} t^\alpha f(t) = l$ (ただし、 α, l は定数) が成立するとき、 $\int_0^\infty f(t) dt$ は、 $\alpha > 1$ ならば収束し、 $\alpha \leq 1$ かつ $l \neq 0$ ならば発散する．また、 $\int_0^\infty f(t) dt$ が発散しないならば、つまり収束するならば、 $\alpha > 1$ かつ $l = 0$ となる．後者の条件より、 $\int_0^\infty P(t) dt$ は収束するの

で, $\alpha = 1$ の場合, $l = 0$ となる. したがって, $[tP(t)]_{\infty}^0 = 0$ が得られる. したがって, 式 4.16 は,

$$T = \int_0^{\infty} P(t) dt \quad (4.18)$$

と表され, またラプラス変換を用いて,

$$\begin{aligned} T &= \left[\int_0^{\infty} e^{-st} P(t) dt \right]_{s=0} \\ &= \left[\int_0^{\infty} e^{-st} P_A(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-st} P_B(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-st} P_C(t) dt \right]_{s=0} \end{aligned} \quad (4.19)$$

と表される. また,

$$T = [P_A(s) + P_B(s) + P_C(s)]_{s=0} \quad (4.20)$$

と表すこともできる. つまり, 式 4.10～式 4.12 をラプラス変換し, 連立方程式を解き, $s = 0$ を代入し和をとることで, 平均吸収時間を求めることができる. 従って, 式 4.10～式 4.12 を初期条件 $P_A(0) = 1$, $P_B(0) = 0$, $P_C(0) = 0$ のもとでラプラス変換すると,

$$-1 + sP_A(s) = -(\lambda_1 + \lambda_2)P_A(s) + \mu_1 P_B(s) + \mu_2 P_C(s) \quad (4.21)$$

$$sP_B(s) = \lambda_1 P_A(s) - (\mu_1 + \lambda_2)P_B(s) \quad (4.22)$$

$$sP_C(s) = \lambda_2 P_A(s) - (\lambda_1 + \mu_2)P_C(s) \quad (4.23)$$

となり, $s = 0$ を代入し和をとると,

$$T = \frac{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2} \right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \right)}{\lambda_2 \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2} \right) + \lambda_1 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2} \right)} \quad (4.24)$$

と導かれる. ここで, $1/m$ を両辺に加え右边を変形すると,

$$T + \frac{1}{m} = \frac{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)}{\lambda_2\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right) + \lambda_1\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)} \quad (4.25)$$

となる．ここで，式 4.9 と比較することで次の関係が成り立つ．

$$F = \frac{1}{T + \frac{1}{m}} \quad (4.26)$$

式 4.26 から， $m \rightarrow \infty$ の極限で，定常状態におけるフォールト生起確率はマルコフモデルにおける平均吸収時間の逆数と一致することがわかる．

以上より要素の修復過程を持たない非修理系システムなどは，吸収マルコフモデルを用いなくても，回復率 m をもつマルコフモデルで表現し， m を無限大にすることで定常状態におけるフォールト生起確率を定式化することができる．

5.7.2 非修理系システムにおける単位時間あたりのフォールト生起確率について

定常状態におけるフォールト生起確率はマルコフモデルにおける平均吸収時間の逆数と一致することがわかったが，この他の点で m を無限大にすることで得られるフォールト生起確率について非修理系 *1-out-of-2* システムのマルコフモデルを用いて解説する^[22]．

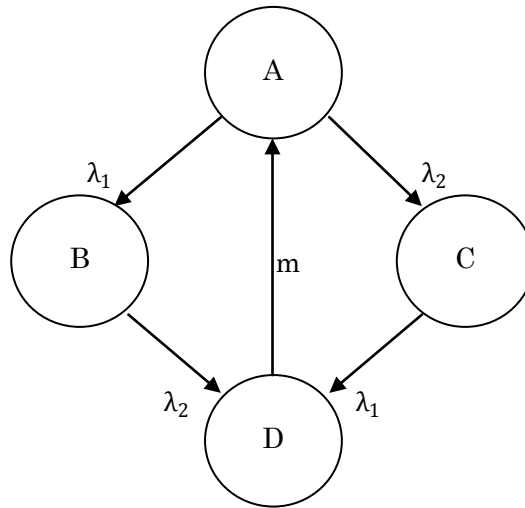


図 5-18 非修理系 *1-out-of-2* システムのマルコフモデル

図 5-18 のマルコフモデルは A が初期状態，B 及び C はチャネルが 1 つフォールト，D が

システムフォールトを表している．また，それぞれの故障率を λ_1 及び λ_2 ，回復率を m としている．

このマルコフモデルから定常状態におけるシステムフォールトの生起確率を以下のようにして求める．ただし，状態 A, B, C 及び D である確率を P_A , P_B , P_C 及び P_D とする．

$$P_A + P_B + P_C + P_D = 1 \quad (4.27)$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P_A = mP_D \quad (4.28)$$

$$\lambda_2 P_B = \lambda_1 P_A \quad (4.29)$$

$$\lambda_1 P_C = \lambda_2 P_A \quad (4.30)$$

$$mP_D = \lambda_2 P_B + \lambda_1 P_C \quad (4.31)$$

以上の式がマルコフモデルから立てられるので，これを解くと，

$$P_B = \frac{\lambda_1^2 m}{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \quad (4.32)$$

$$P_C = \frac{\lambda_2^2 m}{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \quad (4.33)$$

と導かれる．ここで，この場合のフォールト生起確率 F とすると，

$$F\Delta t = P_B \lambda_2 \Delta t + P_C \lambda_1 \Delta t + o(\Delta t) \quad (4.34)$$

と表すことができるので，

$$F = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2) m}{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \quad (4.35)$$

ここで m を無限大にすると，

$$\lim_{m \rightarrow \infty} F = \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2)} \quad (4.36)$$

となる。これが、吸収状態をもつマルコフモデルで示されるシステムの単位時間あたりのフォールト生起確率となることは、前節で示した。

次にフォールトでない状態である確率を求める。つまり、この場合では、 P_D 以外の状態、 $1 - P_D$ を求める。

$$\begin{aligned} 1 - P_D &= 1 - \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)}{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \\ &= \frac{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2)}{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)} \end{aligned} \quad (4.37)$$

と表される。

ここで、 $F/(1 - P_D)$ をすると、

$$\begin{aligned} \frac{F}{1 - P_D} &= \frac{\frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)m}{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)}}{\frac{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2)}{m(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2) + \lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)}} \\ &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2)}{(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2)} \end{aligned} \quad (4.38)$$

となり、これは $\lim_{m \rightarrow \infty} F$ と一致する。つまり、以下の関係がいえる^[22]。

$$\frac{F}{1 - P_D} = \lim_{m \rightarrow \infty} F \quad (4.39)$$

本来、システムにおいて、フォールトの状態は危害がすでに起きているため、リスクを持っているのはフォールトではない状態のときである。つまり、フォールト生起確率は、フォールトでない時間あたりのフォールトになる確率でなければならない。式 4.39 は、この条件を満たしていることがわかる。

また、非修理系システムは、回復率をもたないシステムであるため、フォールト生起確率は m に依存しない。このことは、式 4.38 の左辺で示されている。

最後に、非修理系システムの場合、本来定常状態はなく、時間と共にフォールト生起確率は変化する。今回、 m を無限にして求めたフォールト生起確率とは、時間を無限にしたときのフォールト生起確率の平均値を表している。

5.8 順序依存故障論理を持つマルコフモデル

5.8.1 マルコフモデルの表記 1

通常のマコフモデルは、前節で解説した通り、システムの状態の移行を体系的に表現したものである。しかし、順序依存故障論理をもつシステムの場合、システムの状態の遷移の順番で、システムフォールトになる場合とならない場合を持つ。従って、この場合、システムの要素が同等の状態であったとしても、システムフォールトである状態とならない状態に分ける必要がある。

これを簡単な例を挙げて解説する。まず、あるシステムの危害が生起するまでの過程を考える。このシステムは、2つのシステム要素から成り立っているものとし、システム要素の基本事象は次の4つに定めるものとする。要素1がフォールトになり(事象)フォールトになる状態を X_1 、反対に正常な状態を \bar{X}_1 、また要素2がフォールトになりフォールトである状態を X_2 、正常な状態を \bar{X}_2 とする。この時、システムがフォールトになる FT を図 5-19 に示す。

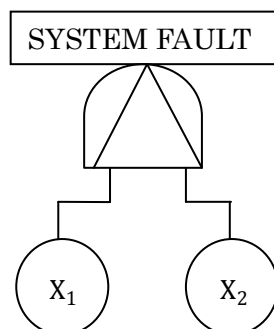


図 5-19 順序依存故障論理をもつシステムの FT

図 5-19 で示した通り、 X_1 が生起し次に X_2 が生起したときにのみシステムフォールトが発生することがわかる。

次にシステムフォールトになるまでの過程をマルコフモデルで表現してみる。要素が 2 つあるので、要素の正常状態を 0 としフォールトを 1 とした時、(要素 1, 要素 2)は(0,0), (0,1), (1,0), (1,1)の 4 つにシステム状態を分類される。しかし、ここで順序依存故障論理を持つシステムで注意すべき点は、(1,1)には要素 1 がフォールトになった後要素 2 がフォールトになる場合と、要素 2 がフォールトになってから要素 1 がフォールトになる場合がある。ここでは、前者の場合がシステムフォールトとなり、後者はならない。従って、(1,1)はシステムフォールトになる場合とならない場合の 2 つを作成しなければならない。これを考慮して図 5-20 にマルコフモデルを示す。

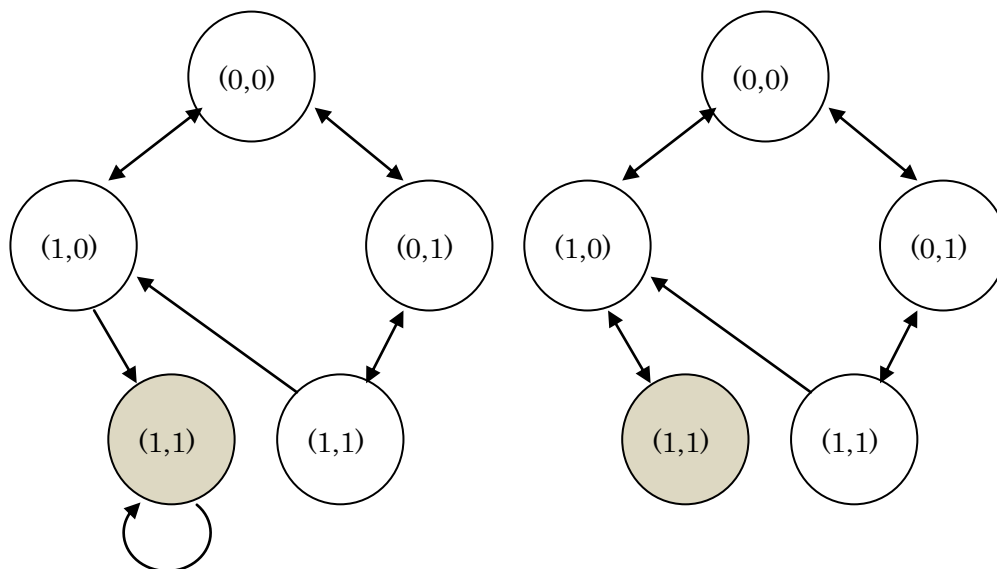


図 5-20 順序依存故障論理をもつマルコフモデル

システムのアベイラビリティ等を求めるためにも，このように要素の状態が同じでも区別して体系化しなければならない。

また，5.3 でも記したが，FT でシステムのフォールトを示した場合，入力事象は最小カットセットで表わされる．最小カットセットは，要素のフォールトの数が最小の場合を示す．つまり，要素が A,B,C の 3 つあったとしても要素が 2 つでシステムフォールトになる場合は，最小カットセットは(A→B)のように表わすことがある．しかし，この(A→B)の中には，(C→A→B)や(A→C→B)等を含む．これはマルコフモデルではすべての状態を体系的に見られるが，FT や最小カットセットだけ見ても視覚的にはわからないので注意しなければならない。

最後にマルコフモデルを作成する際に考慮すべき点がある．それは，修理系システムがフォールトになったとき，その状態から初期状態にリセットするシステムと，中間的な状態に状態遷移する場合がある．これはシステムフォールトの対象によって異なるが，システムフォールトの際にシステムが全壊する，若しくは，再度システムとして成り立たないようなシステムは，システムフォールトから初期状態に遷移して再生するようにする．本研究では，このようなシステムを致命的故障型修理系とする．一方，中間的な状態に遷移する場合を持つシステムを繰り返し故障型修理系とする．このことは 3.3.1 の修理系と非修理系の定義でも解説したが，システムフォールトの状態が修理状態でありシステム要素の回復過程を持つか，それとも非修理状態でありシステム要素の回復過程を持たないかによって分類される．システム要素の回復過程を持たない場合，他の同等のシステムに解析対象を移す，あるいはシステムを最初から再生させるため，システムフォールトから初期状態に遷移するようにしている．

5.8.2 マルコフモデルの表記 2

順依存故障論理をもつシステムは、当然システム要素の状態の生起や修復する順番がシステムに影響を与えている。しかし、マルコフモデルでは、システム要素の状態のみを記載することが多いためシステム要素がどのような順番で生起や修復するのか見えにくいことがある。そこで、システム要素の生起及び修復する順番が分かりやすい表記方法を以下に示した。

例えば、1-out-of-2 構成のシステムの場合、マルコフモデルは図 21 の左のように表現することが多い。しかし、(1, 1)の状態の場合、どちらのチャンネルが先に故障したのかわからない。そこで、(1, 1)を(1, 2)と(2, 1)に分けて表記し図 21 の右のように表記する。これは、(チャンネル 1 の状態, チャンネル 2 の状態)=(1, 2)とすると、チャンネル 1 が先に事象生起し、チャンネル 2 が次に事象生起することを表している。つまり、前節までのマルコフモデルは 0 を非生起状態、1 を生起状態としていたが、この場合は、0 が非生起状態であり、1, 2, 3…が生起状態であり、その生起した順番を数字で表している。

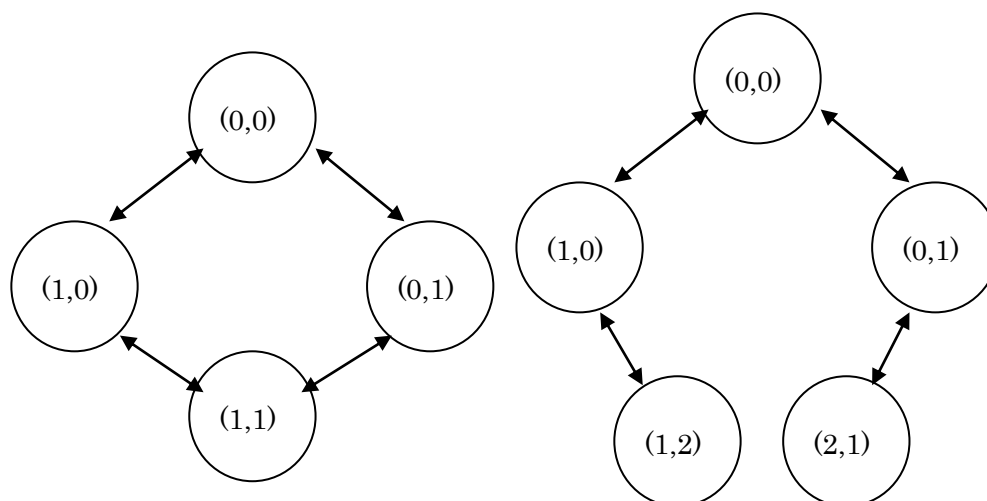


図 21 順序依存故障論理をもつマルコフモデル

このように、図 21 の左のマルコフモデルは要素の状態のみを示し、右は要素の状態に加え要素の生起する順番も記載している。右の表現方法の方が、順序依存故障論理を定性的に理解しやすく表記する際にも間違いが少ないのかもしれない。

しかし、システム的设计やフォールト生起に対して定性的な理解があり、それを考慮に入れて左の表記方法で示すことができれば、システムのアベイラビリティやフォールトの生起確率等を算出するのに、状態の数が少ないので計算しやすい。このことが左の表記方法の利点であり、定量的な解析をするに向いているといえる。本研究は、左の表記方法で定量的な解析を行ったが、5.12 で左と右の表現方法で定量的な解析は一致することを示し、5.13 で FTA とマルコフモデルの定性的解析の側面における比較を行った。

5.9 電源システムのマルコフモデルによる解析

5.9.1 非修理-再生系システム

本節では, 5.1 で設定した電源システムがフォールトになる過程を非修理-再生系と致命的故障型修理系, 繰り返し故障型修理系に分類してマルコフモデルを作成している. まず, 5.9.1 では図 5-22 に非修理-再生系におけるマルコフモデルを示す. ここで, 電源システムの要素である主電源, 予備電源及びスイッチのフォールトの生起確率(故障率)をそれぞれ λ_1 , λ_2 , λ_3 とする. また, 電源システムのフォールトから回復率 m で初期状態に移行するようにしている. m は, 5.7 で示した通り, 電源システムがフォールトの際に単位時間あたりに他の同等の電源システムへ解析対象が移行する確率である. 非修理系は各要素が修理できないシステムであり時間を無限大にすると, フォールトの状態に収束されるため, 定常状態での各状態のアベイラビリティを求めることは出来ないが, 単位時間あたりの電源システムのフォールト生起確率を求めるのにあたり定常状態で考察する.

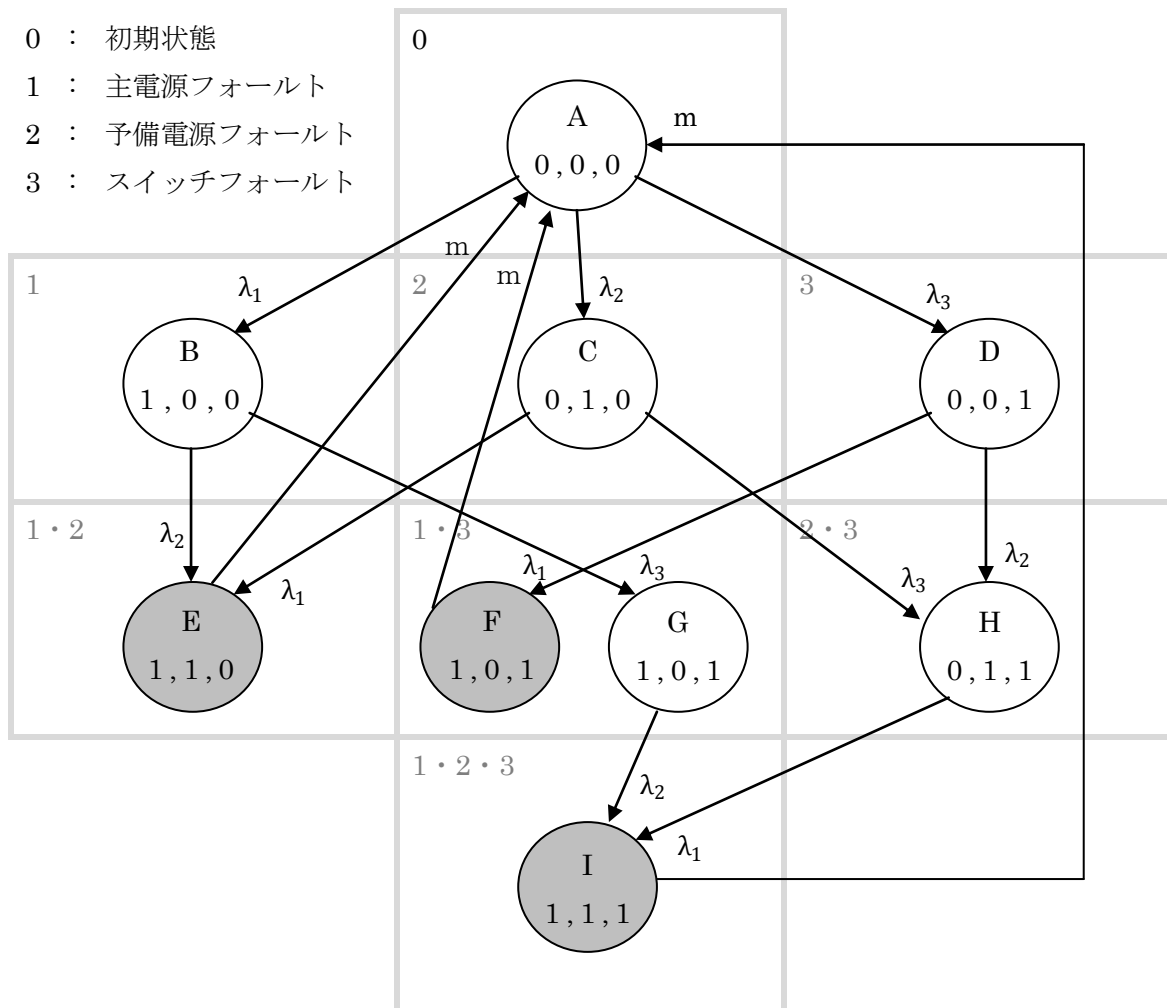


図 5-22 非修理-再生系電源システムのマルコフモデル

図 5-22 にあるように、マルコフモデルの周りに薄く枠線を引き、どの要素がフォールト状態であるのか明確にわかるようにしている。例えば、1・2 の場合は主電源と予備電源がフォールトであり、1・3 は主電源とスイッチがフォールトであることを示している。

このように表わされたマルコフモデルから、システムがフォールトに生起する確率を求める。

時間 τ で状態 i である確率 $P_i(\tau)$ をとすると、

$$P(\tau) = \begin{bmatrix} P_A(\infty) \\ P_B(\infty) \\ \vdots \\ P_I(\infty) \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

と表すことができる。これをマルコフ微分方程式より、

$$\frac{d}{d\tau}P(\tau) = AP(\tau)$$

(5.2)

$$A = \begin{bmatrix} -(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) & 0 & 0 & 0 & m & m & 0 & 0 & m \\ \lambda_1 & -(\lambda_2 + \lambda_3) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_2 & 0 & -(\lambda_1 + \lambda_3) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda_3 & 0 & 0 & -(\lambda_1 + \lambda_2) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & 0 & -m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \lambda_1 & 0 & -m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 & \lambda_2 & 0 & 0 & 0 & -\lambda_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \lambda_2 & \lambda_1 & -m \end{bmatrix}$$

(5.3)

と表せ、初期条件が、

$$P(0) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

(5.4)

となり、また定常状態を考えると、

$$\begin{cases} \lim_{\tau \rightarrow \infty} P(t) = AP(\infty) = 0 \\ P_1(\infty) + P_2(\infty) + \dots + P_l(\infty) = 1 \end{cases}$$

(5.5)

と表すことができる。以上より、

$$\begin{cases} P_B(\infty) = \frac{\lambda_1^2 \lambda_2 m}{((\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3)m + \lambda_1^2 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2^2 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)(\lambda_2 + \lambda_3)} \\ P_C(\infty) = \frac{\lambda_1 \lambda_2^2 m}{((\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3)m + \lambda_1^2 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2^2 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)(\lambda_1 + \lambda_3)} \\ P_D(\infty) = \frac{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 m}{(\lambda_1^3 + 2\lambda_1^2 \lambda_2 + 2\lambda_1 \lambda_2^2 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2^2 \lambda_3 + \lambda_2^3)m + \lambda_1^3 \lambda_2 + 2\lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_2^3 + \lambda_1 \lambda_2^2 \lambda_3} \\ P_G(\infty) = \frac{\lambda_1^2 \lambda_3 m}{((\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3)m + \lambda_1^2 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2^2 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)(\lambda_2 + \lambda_3)} \\ P_H(\infty) = \frac{\lambda_2^2 (2\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) \lambda_3 m}{(\lambda_1 + \lambda_3)(\lambda_1^3 + 2\lambda_1^2 \lambda_2 + 2\lambda_1 \lambda_2^2 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_2^2 \lambda_3 + \lambda_2^3)m + \lambda_1^3 \lambda_2 + 2\lambda_1^2 \lambda_2^2 + \lambda_1^2 \lambda_2 \lambda_3 + \lambda_1 \lambda_2^3 + \lambda_1 \lambda_2^2 \lambda_3} \end{cases}$$

(5.6)

と表わされる。

また、時刻 $(\tau, \tau + d\tau]$ で電源システムが正常状態からフォールトに移行する確率 f は、

$$\begin{aligned} f &= P_B(\tau) \cdot \lambda_2 d\tau + P_C(\tau) \cdot \lambda_1 d\tau + P_D(\tau) \cdot \lambda_1 d\tau + P_G(\tau) \cdot \lambda_2 d\tau + P_H(\tau) \cdot \lambda_1 d\tau \\ &= \{P_B(\tau) \cdot \lambda_2 + P_C(\tau) \cdot \lambda_1 + P_D(\tau) \cdot \lambda_1 + P_G(\tau) \cdot \lambda_2 + P_H(\tau) \cdot \lambda_1\} d\tau \end{aligned} \quad (5.7)$$

となり、単位時間あたりの電源システムのフォールトが生起する確率は、

$$\frac{f}{d\tau} = P_B(\tau) \cdot \lambda_2 + P_C(\tau) \cdot \lambda_1 + P_D(\tau) \cdot \lambda_1 + P_G(\tau) \cdot \lambda_2 + P_H(\tau) \cdot \lambda_1 \quad (5.8)$$

となる。定常状態において考えると式 5.8 は、

$$\begin{aligned} &P_B(\infty) \cdot \lambda_2 + P_C(\infty) \cdot \lambda_1 + P_D(\infty) \cdot \lambda_1 + P_G(\infty) \cdot \lambda_2 + P_H(\infty) \cdot \lambda_1 \\ &= \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) m}{(\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3) m + \lambda_1^2 \lambda_2 + \lambda_1 \lambda_2^2 + \lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \end{aligned} \quad (5.9)$$

となる。また、5.7 で示した通り m を無限大に収束させることにより、定常状態におけるフォールト生起確率を求めることができるので、式 5.9 の m を無限に極限し定常状態における単位時間あたりの電源システムのフォールト生起確率 F_1 が導出される。

$$F_1 \cong \frac{\lambda_1 \lambda_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}{\lambda_1^2 + \lambda_1 \lambda_2 + \lambda_2^2 + \lambda_2 \lambda_3} \quad (5.10)$$

5.9.2 致命的故障型修理系

図 5-23 に致命的故障型修理系電源システムのマルコフモデルを示す．ここでも前節と同様に，電源システムの要素である主電源，予備電源及びスイッチの故障率をそれぞれ $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ とし，フォールトから正常状態へ生起する確率(修復率)をそれぞれ μ_1, μ_2, μ_3 とする．また，この電源システムは致命的故障型修理系であり，電源システムがフォールトの時，次に遷移するのは初期状態に戻る．この時の初期状態に生起する確率(回復率)を m とし，前節と同様の理由から無限の値を与える．このモデルから定常状態における単位時間あたりの電源システムのフォールト生起確率の定式化を行う．

また太線によって非コヒーレント性を持つ部分を表している．

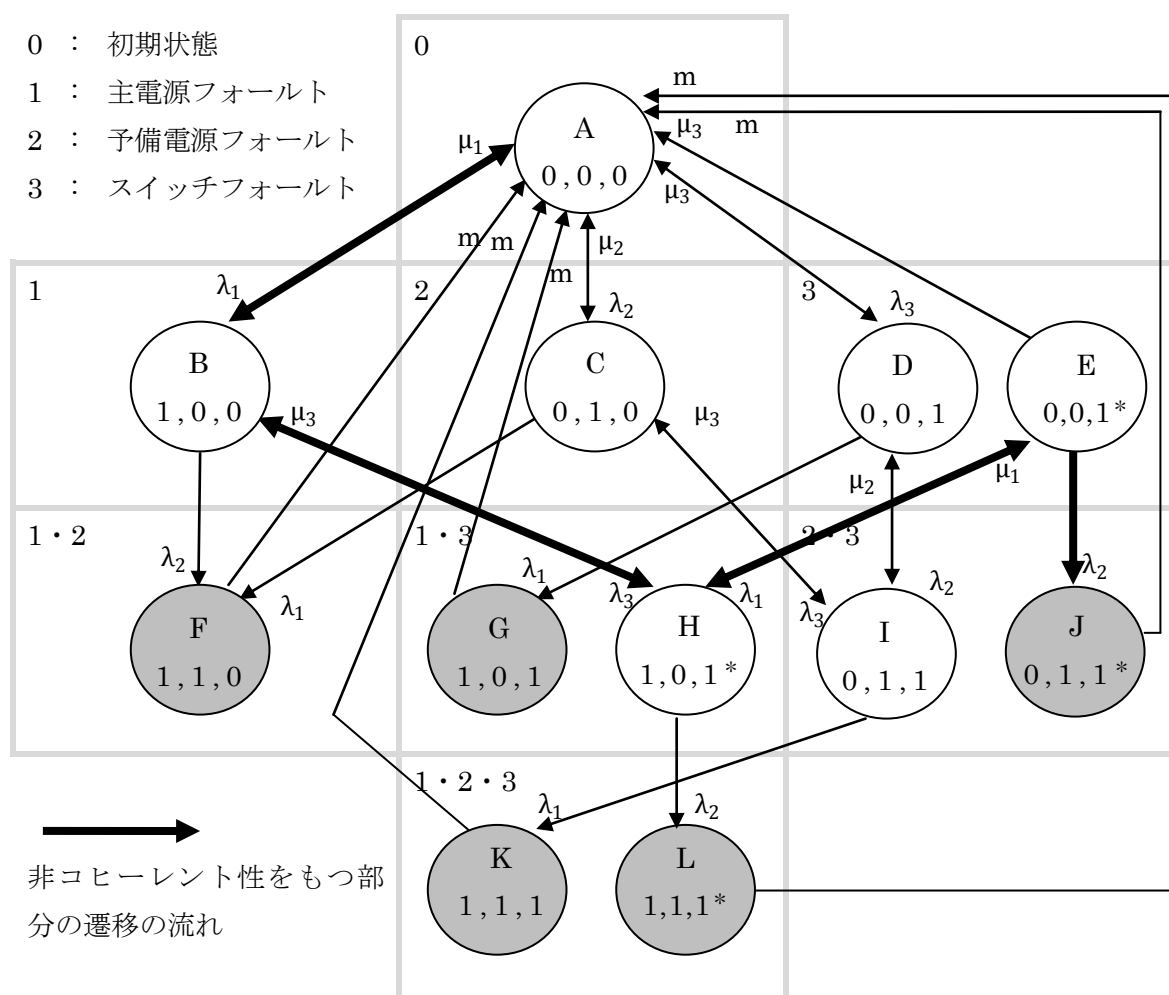


図 5-23 致命的故障型修理系電源システムのマルコフモデル

このように表わされたマルコフモデルから，システムがフォールトに生起する確率を導出した．

5.6, 5.7 のマルコフモデルによる解析方法や前節の非修理 - 再生系と同様にマルコフ微分方程式より，連立方程式を導くことで，

$$\begin{cases} P_B(\infty) \\ P_C(\infty) \\ P_D(\infty) \\ P_E(\infty) \\ P_H(\infty) \\ P_I(\infty) \end{cases} \quad (6.1)$$

が求められる．ここでは省略するが，連立方程式については付録 A に載せる．

また，定常状態における単位時間あたりの電源システムのフォールト生起確率 F_2 は，

$$F_2 = \lim_{m \rightarrow \infty} (P_B(\infty) \cdot \lambda_2 + P_C(\infty) \cdot \lambda_1 + P_D(\infty) \cdot \lambda_1 + P_E(\infty) \cdot \lambda_2 + P_H(\infty) \cdot \lambda_2 + P_I(\infty) \cdot \lambda_1) \quad (6.2)$$

となる．式(6.2)の計算結果は付録 B に載せる．

5.9.3 繰り返し故障型修理系

図 5-24 に繰り返し故障型修理系電源システムのマルコフモデルを示す。ここでも前節と同様に、電源システムの要素である主電源、予備電源及びスイッチの故障率をそれぞれ λ_1 , λ_2 , λ_3 とし、修復率をそれぞれ μ_1 , μ_2 , μ_3 とする。

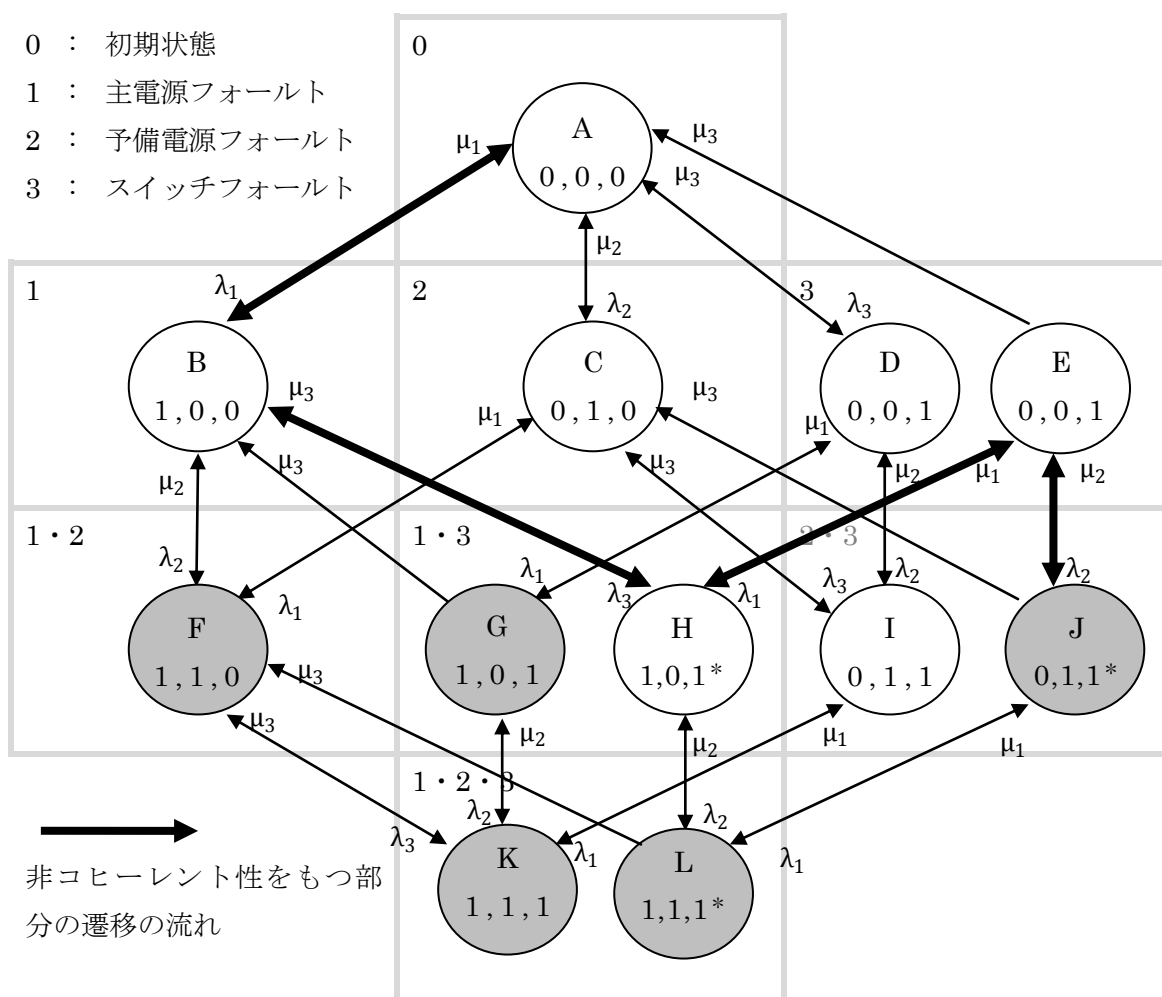


図 5-24 繰り返し故障型修理系電源システムのマルコフモデル

このように表わされたマルコフモデルから，システムがフォールトに生起する確率を前節までと同様に導出した．

まず，マルコフモデルから得られる連立方程式により，

$$\begin{cases} P_B(\infty) \\ P_C(\infty) \\ P_D(\infty) \\ P_E(\infty) \\ P_H(\infty) \\ P_I(\infty) \end{cases} \quad (7.1)$$

が求められる．連立方程式は付録 C に載せる．

また，定常状態における単位時間あたりの電源システムのフォールト生起確率 F_3 は，

$$F_3 = \lim_{m \rightarrow \infty} (P_B(\infty) \cdot \lambda_2 + P_C(\infty) \cdot \lambda_1 + P_D(\infty) \cdot \lambda_1 + P_E(\infty) \cdot \lambda_2 + P_H(\infty) \cdot \lambda_2 + P_I(\infty) \cdot \lambda_1) \quad (7.2)$$

となる．式(7.2)の計算結果は付録 D に載せる．

5.10 解析結果

電源システムの不信頼度 Q_1 [1/hr]，アンアベイラビリティ Q_2 [1/hr]及び単位時間当たりのフォールト生起確率 $F_1 \sim F_3$ [1/hr]を求める推定式を用いて，主電源，予備電源及びスイッチの各故障率の変化における Q_1 ， Q_2 及び $F_1 \sim F_3$ の値を図 5-25～図 5-30 のグラフに出力をしている．これにより，この電源システムにおける各要素の故障率をもつ影響を検討し．また，表 4 にあるように故障率と修復率の値を①～③の 3 通りを考慮して検討する．

表 4 出力に伴う故障率と修復率

	故障率 λ [1/hr]			修復率 μ [1/hr]		
	主電源	予備電源	スイッチ	主電源	予備電源	スイッチ
①	$10^{-8} \sim 10^{-2}$	10^{-5}	10^{-5}	10^{-1}	10^{-1}	10^{-1}
②	10^{-5}	$10^{-8} \sim 10^{-2}$	10^{-5}	10^{-1}	10^{-1}	10^{-1}
③	10^{-5}	10^{-5}	$10^{-8} \sim 10^{-2}$	10^{-1}	10^{-1}	10^{-1}

グラフは X 軸に①なら λ_1 [1/hr]，②になら λ_2 [1/hr]，③なら λ_3 [1/hr]の値を示し，Y 軸は不信頼度 Q_1 [1/hr]，アンアベイラビリティ Q_2 [1/hr]及び単位時間当たりのフォールト生起確率 $F_1 \sim F_3$ [1/hr]の値を示している．なお，不信頼度は 10000 時間後及び 100000 時間後に値を設定し，分けてグラフに出力する．

5.10.1 故障率変化における非修理系電源システムの不信頼度の推移(10000 時間後)

① $\lambda_1 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-5}$

② $\lambda_2 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 10^{-5}$

③ $\lambda_3 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-5}$

$t=10000[\text{hr}]$

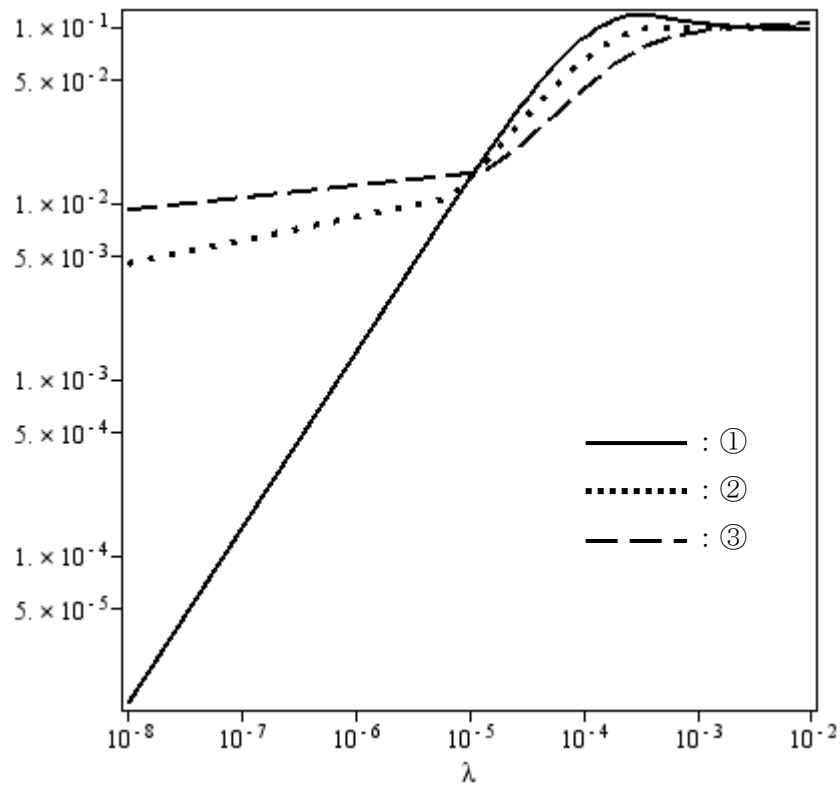


図 5-25 非修理系電源システムの不信頼度の推移($t=10000[\text{hr}]$)

5.10.2 故障率変化における非修理系電源システムの不信頼度の推移(100000 時間後)

① $\lambda_1 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-5}$

② $\lambda_2 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 10^{-5}$

③ $\lambda_3 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-5}$

$t=100000[\text{hr}]$

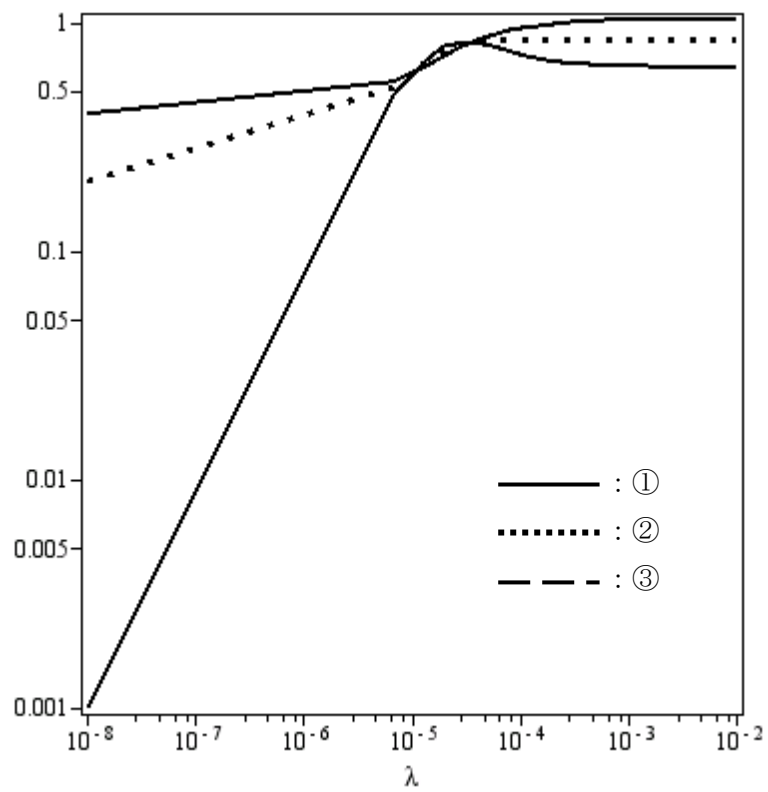


図 5-26 非修理系電源システムの不信頼度の推移($t=100000[\text{hr}]$)

5.10.3 故障率変化における修理系電源システムのアンアベイラビリティの推移

- ① $\lambda_1 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$
- ② $\lambda_2 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$
- ③ $\lambda_3 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$

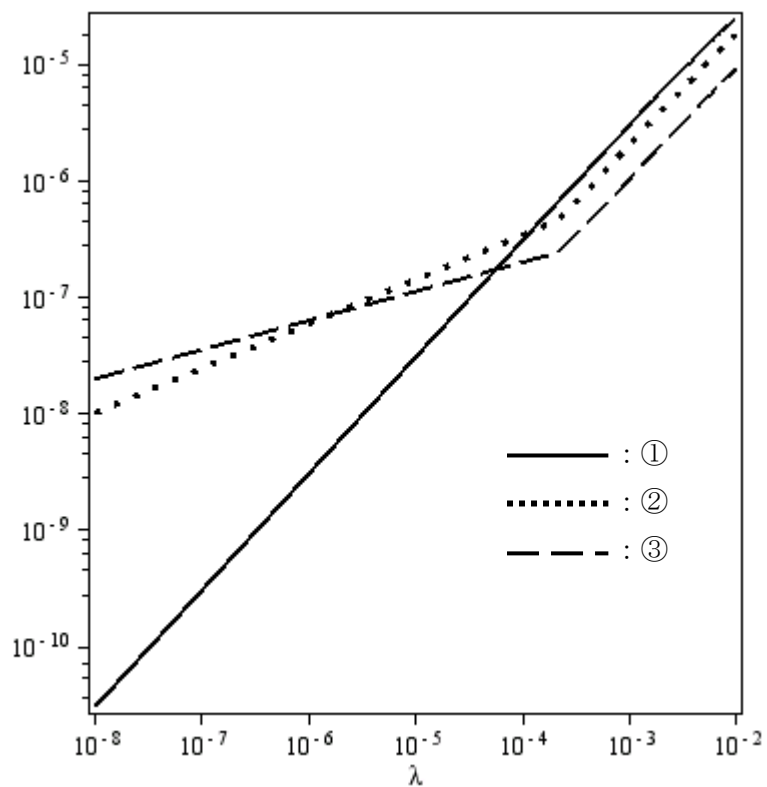


図 5-27 修理系電源システムのアンアベイラビリティの推移

5.10.4 故障率変化における非修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率 F_1 の推移

- ① $\lambda_1 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-5}$
- ② $\lambda_2 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 10^{-5}$
- ③ $\lambda_3 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-5}$

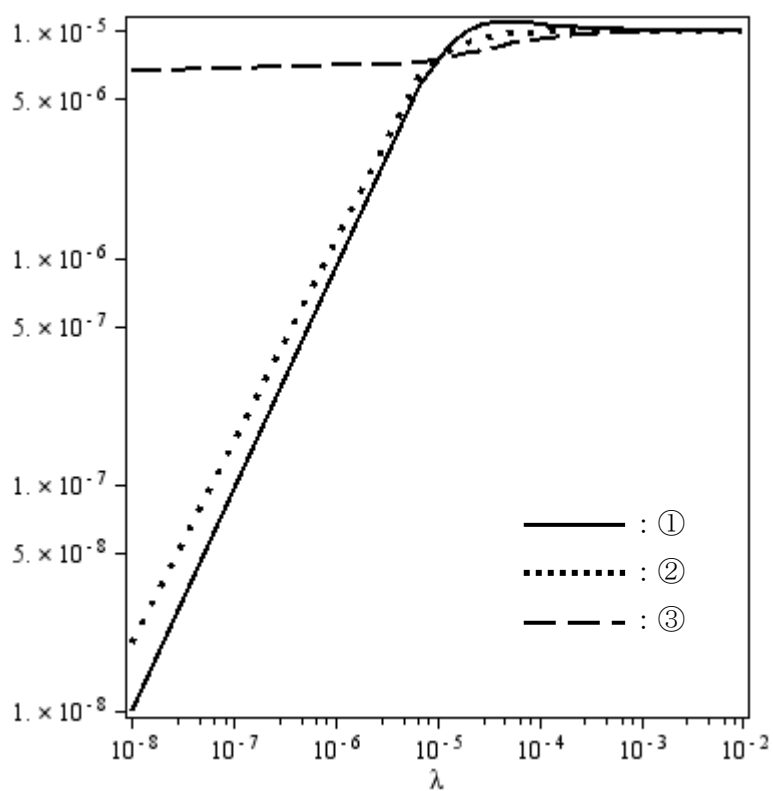


図 5-28 非修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率 F_1 の推移

5.10.5 故障率変化における致命的故障型修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率 F_2 の推移

- ① $\lambda_1 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$
- ② $\lambda_2 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$
- ③ $\lambda_3 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$

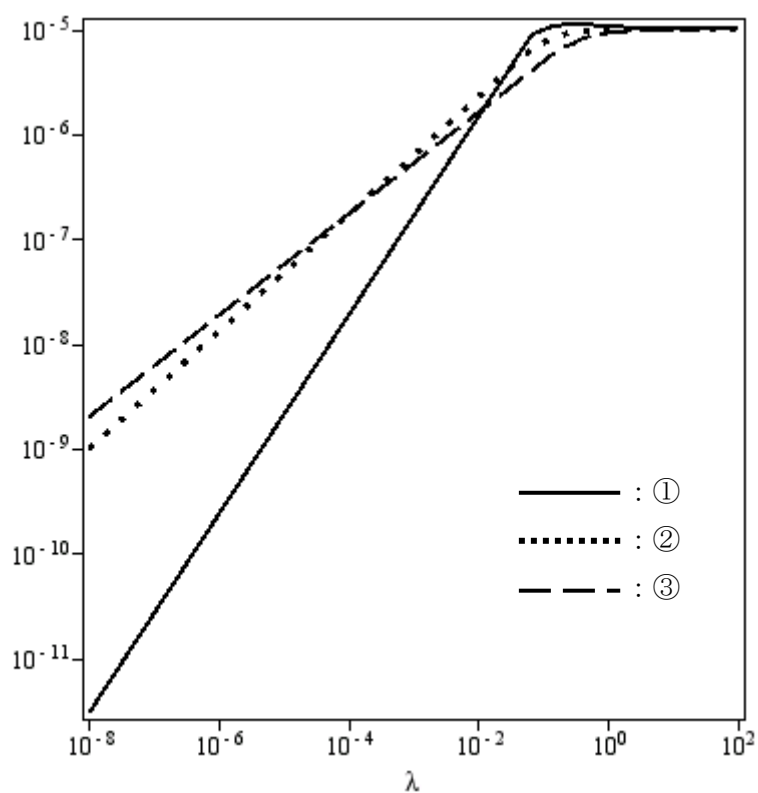


図 5-29 致命的故障型修理系電源システムの
単位時間あたりのフォールト生起確率 F_2 の推移

5.10.6 故障率変化における繰り返し型修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率 F_3 の推移

- ① $\lambda_1 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_2 = \lambda_3 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$
- ② $\lambda_2 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_3 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$
- ③ $\lambda_3 = 10^{-8} \sim 10^{-2}$, $\lambda_1 = \lambda_2 = 10^{-5}$, $\mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 10^{-1}$

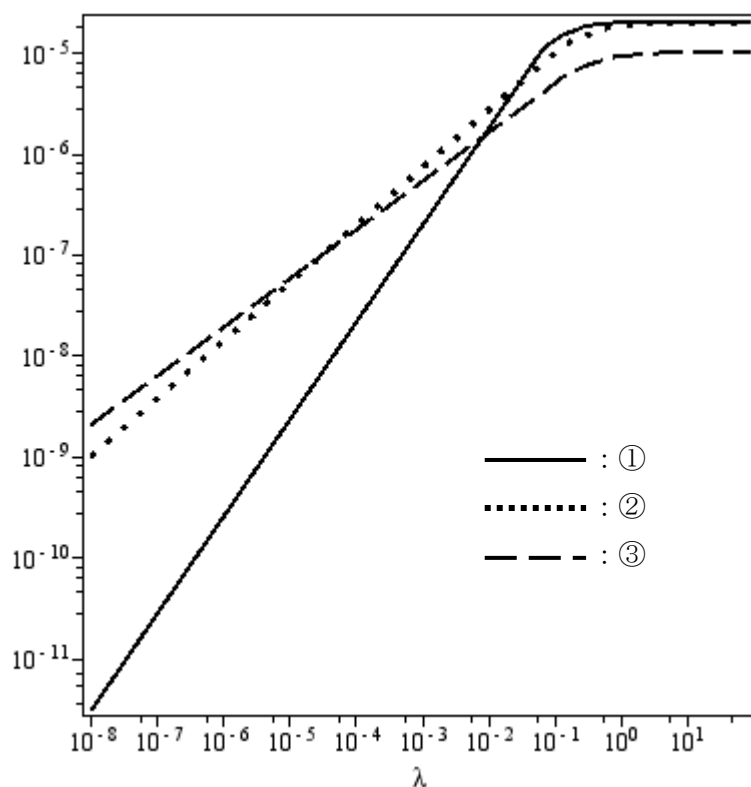


図 5-30 故障率変化における繰り返し型修理系電源システムの単位時間あたりのフォールト生起確率 F_3 の推移

5.11 出力結果と考察

5.10 で出力したグラフから様々な結果が得られた。非修理系電源システムの不信頼度、修理系電源システムのアンアベイラビリティ、単位時間当たりのフォールト生起確率 $F_1 \sim F_3$ と分けて出力結果及びその考察を載せる。

5.11.1 非修理系電源システムの不信頼度の出力結果(図 5-25, 図 5-26)

- (1) 主電源の故障率が特に低確率の範囲で大きく不信頼度に影響を与えている。
- (2) 10000 時間後(図 5-25)でも 100000 時間後(図 5-26)でも共に似たようなグラフの変化であったが、比較すると 100000 時間後の不信頼度の方が高確率で推移している。また、100000 時間後の場合、各故障率が 10^{-5} [1/hr]以上では不信頼度が $0.5 \sim 1$ [1/hr]と高確率となる。
- (3) 予備電源とスイッチの故障率の変化の推移(②と③)を比較すると、似たようなグラフの変化となる。
- (4) 予備電源とスイッチの故障率が 10^{-5} [1/hr]以上と主電源の故障率より大きい値をとると、予備電源及びスイッチの故障率変化のグラフの勾配が大きくなる。特に 10000 時間後でその特徴が大きくみてとれる。
- (5) 主電源、予備電源及びスイッチの故障率が 10000 時間後では約 10^{-3} [1/hr]以上、100000 時間後では約 10^{-4} [1/hr]以上で、故障率の変化に関係なく、不信頼度が高確率で一定となる。
- (6) 主電源の故障率変化のグラフでは極値をもった推移になる。

5.11.2 非修理系電源システムの不信頼度の出力結果に対する考察

5.11.1 の(1)から、主電源の故障率は予備電源やスイッチの故障率に比べ、電源システムの不信頼度に対して大きく影響を与えていることがわかる。

不信頼度は時間が経つほどに高くなる。特に今回の条件で 100000 時間後には主電源が 10^{-3} [1/hr]以上ではほぼ 100%に近い値でフォールトとなることがわかる。

(3)から、予備電源及びスイッチの信頼性に対する電源システムの不信頼度における影響度はおおよそだが同じ程度であるといえる。

(4)は、予備電源及びスイッチの故障率が主電源の故障率より低い場合は、主電源の故障率の影響が大きく影響するが、主電源よりも予備電源及びスイッチの故障率が高くなると予備電源及びスイッチの故障率の影響が大きくなることを示している。FT で示したように電源システムがフォールトとなるためには主電源がフォールトになることが必要条件である。そのため、主電源の故障率は、不信頼度に大きく影響する。

ただし、予備電源及びスイッチの故障率が主電源の故障率を上回るほど高くなれば、電源システムがフォールトになりやすい条件を与えることになる。反対に、今回の条件の場合、予備電源とスイッチの故障率が主電源の故障率より低い値で変化させたとしても、電源システムの不信頼度を与える影響はさほど変わらない。

- (5)は、主電源、予備電源及びスイッチが、それぞれある程度高確率な故障率をもつと他の故障率が変化しなければ、一定の高い値の不信頼度を持つことを示している。これは、主電源、予備電源及びスイッチのどれか1つでも大きな故障率をもっていると、電源システムの不信頼度は高くなることがいえる。また、今回の場合では約 10^{-4} ～以上で故障率を変化させても、不信頼度にはほぼ影響はないことがわかる。

FT に示したように、この電源システムはスイッチがフォールトになってから主電源がフォールトになると電源システムがフォールトになるという順序依存故障論理をもっている。したがって、主電源だけを故障率が高くし主電源がスイッチよりも先にフォールトになる場合、この順序依存故障論理をもつ基本事象の部分は電源システムのフォールトに影響を与えないことになる。また、5.4 の式 1.7 で 2 入力事象の優先 AND ゲート FT から不信頼度を求める式を導出しているが、この式から順序依存故障論理をもつシステムの不信頼度が極値を持つことを以下で示す。

$$P_r\{2, 1\} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \lambda_2} - e^{-\lambda_1 t} + \frac{\lambda_1}{\lambda_1 + \lambda_2} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t}$$

今回出力したグラフは、主電源、予備電源及びスイッチのいずれかの故障率を変化させ、不信頼度の推移を調べている。上に式に対しても、 λ_1 のみ変化させ、 $\lambda_2 = 10^{-5}$ 、 $t = 10000$ と一定値を与え、不信頼度 $P_r\{2, 1\}$ の推移を調べ、図 31 に載せる。また、極値を持つならば、この式を微分した式にはどこかで 0 になることを図 32 に示す。

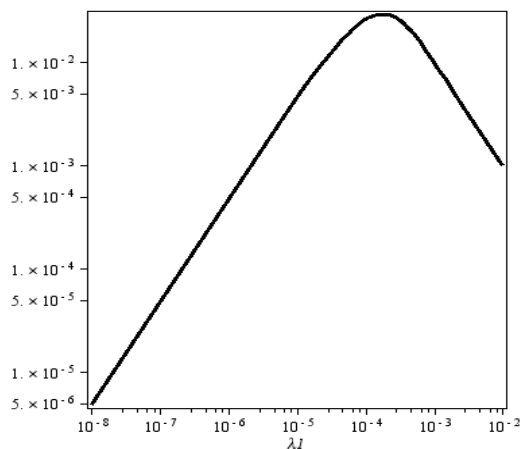


図 31 2 入力事象の不信頼度の推移

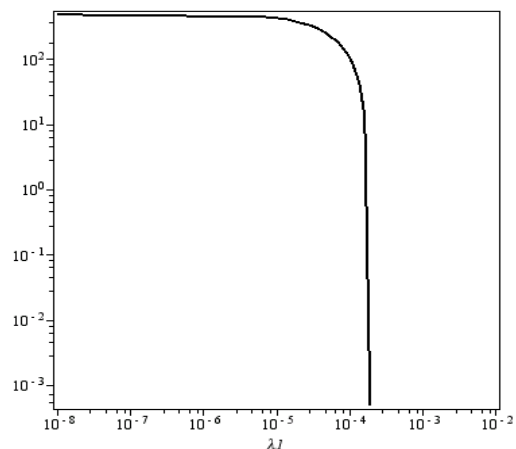


図 32 2 入力事象の不信頼度微分式の推移

図 31 で示されたように極値を持った推移になり、図 32 ではある値になると 0 に向かって推移していくことがみてとれる。したがって、順序依存型故障論理をもった非修理系システムの不信頼度は極値を持つ可能性があるといえる。

5.11.3 修理系電源システムのアンアベイラビリティの出力結果(図 5-27)

- (1) 主電源の故障率が大きくアンアベイラビリティに影響を与えている。
- (2) ①～③全てにおいて故障率の上昇と共にアンアベイラビリティも上昇した推移となる。
- (3) 予備電源とスイッチの故障率の変化の推移(②と③)を比較すると、ほぼ同様な推移になる。
- (4) ②と③共に、 $10^{-4} \sim 10^{-3}$ [1/hr]の間で勾配が大きくなる。

5.11.4 修理系電源システムのアンアベイラビリティの出力結果に対する考察

- 5.11.3 の(1)から、主電源の故障率は予備電源やスイッチの故障率に比べ、電源システムのアンアベイラビリティに対して大きく影響を与えていることがわかる。
- (2)は各要素の故障率が高くなれば全体システムのアンアベイラビリティも大きくなることはいえるので、論理に合った推移となっている。
- (3)から、予備電源及びスイッチの信頼性に対する電源システムのアンアベイラビリティにおける影響度は、おおおよそだが同じ程度であるといえる。
- (4)については、FT で示したように電源システムがフォールトとなるためには主電源がフォールトになることが必要条件である。そのため、主電源の故障率は、アンアベイラビリティに大きく影響する。ただし、予備電源及びスイッチの故障率がある程度大きくなれば、電源システムがフォールトになりやすい条件を与えることになり、勾配が大きくなったと考えられる。反対に勾配が小さい範囲では、つまり今回の条件の場合は予備電源とスイッチの故障率が 10^{-4} [1/hr]より小さい値で変化させたとしても、電源システムのアンアベイラビリティに与える影響はさほど変わらないこともわかる。

5.11.5 非修理-再生系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果(図 5-28)

- (1) 主電源及び予備電源の故障率が 10^{-5} [1/hr]程度以下で大きくフォールト生起確率に影響を与えている。

- (2) ①と②は似たような推移になる。
- (3) ③の推移は変化の小さい推移になる。
- (4) ①～③全てにおいて、 10^{-4} [1/hr]以上で一定の値をとる。

5.11.6 非修理-再生系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果に対する考察

5.11.5 の(1)から、主電源及び予備電源の故障率はスイッチの故障率に比べ、電源システムのフォールト生起確率に対して大きく影響を与えていることがわかる。このことは図 5-9 の FT からみとれる。

(2)から、主電源及び予備電源の故障率は非修理系電源システムのフォールト生起確率に対して近い影響度をもっていることがわかる。当該電源システムは、初期状態で主電源に回線がつながっている。このことから、予備電源よりも主電源の故障率の影響度が大きい。しかし、定常状態で考えた場合、電源システムがフォールトになっても同等の電源システムに解析対象を移行することで、時間を無限にしたときにおけるフォールト生起確率の収束値を得られる。つまり、収束値なので初期状態において主電源に回線がつながっていることの影響はほとんど無視され、スイッチの故障率を一定にした場合、主電源と予備電源の条件がほぼ同じになると考えられる。しかし、非修理系の場合、フォールト生起確率に定常状態について求めるのが適切であるかは今後の研究課題にしたい。本来は、時間の変数をもつフォールト生起確率の推定式による評価であるべきかもしれないが、少なくとも定常状態の値であることを考慮する必要がある。

(3)から、スイッチの故障率はあまり影響度をもたないことが示されている。これもまた、定常状態で考えることで時間を無限に計測しているために、電源システムに対して主電源と予備電源の故障率がスイッチの故障率のよりも大きく影響していると考えられる。

(4)は、主電源、予備電源及びスイッチが、それぞれある程度高確率な故障率をもつと他の故障率が変化しなければ、一定の高い値のフォールト生起確率を持つことを示している。これは、主電源、予備電源及びスイッチのどれか1つでも大きな故障率をもっていると、電源システムのフォールト生起確率は高くなることがいえる。また、今回の場合では約 10^{-4} 以上で故障率を変化させても、フォールト生起確率にはほぼ影響はないことがわかる。

FT に示したように、この電源システムはスイッチがフォールトになってから主電源がフォールトになると電源システムがフォールトになるという順序依存故障論理をもっている。したがって、主電源だけを故障率が高くし主電源がスイッチよりも先にフォールトになる場合、この順序依存故障論理をもつ基本事象の部分は電源システムの

フォールトに影響を与えないことになる。つまり、各要素の故障率が高い値をとった場合、順序依存故障論理をもつ非修理系システムは、要素の故障率上昇とともにフォールト生起確率が上昇を伴わず、どこかで一定の値をとることがある。

5.11.7 致命的故障型修理系システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果(図 5-29)

- (1) 主電源、予備電源及びスイッチの故障率の値をそれぞれ大きくすればするほど、フォールト生起確率は上昇していく。
- (2) ①の勾配が、②と③に比べ大きくなる。
- (3) ①、②及び③の推移は各要素の故障率が 10^{-1} [1/hr]程度でフォールト生起確率は一定になる。
- (4) ②と③は似たような推移となった。

5.11.8 致命的故障型修理系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果に対する考察

修理系システムは各要素の故障率が上昇すればフォールトに生起する確率が高くなることはいえるため、5.11.7の(1)はいえる。

(2)から主電源の故障率が他の要素に比べ、フォールト生起に対する影響度が大きいことがわかる。これは FT でも示されているとおり、主電源の故障は電源システムがフォールトになる必要条件であるためだと考えられる。

ある 1 つの要素の故障率が大きくなり、連続的にフォールトの状態になると、他の要素の 1 つがフォールトに生起した時点でシステムフォールトになる。例えば、主電源が連続的にフォールトになると、予備電源がフォールトになればシステムフォールトであり、同様に予備電源が連続的にフォールトの状態の主電源がフォールトになればシステムフォールトになる。スイッチでは、主電源及び予備電源のどちらに接続されているにしろ、連続的にフォールトとなれば、電源のどちらかがフォールトになった時点でシステムフォールトになる。故障率を変化させている要素以外は 10^{-5} [1/hr]で一定なのであるため、連続的にフォールトになる要素があればシステムフォールトは 10^{-5} [1/hr]に収束されていく結果となる。したがって、(3)のことがいえると考察される。

(4)から、予備電源とスイッチの故障率は修理系電源システムのフォールト生起確率に対して近い影響度をもっていることがわかる。これは、主電源の故障率変化の推移に比べて、予備電源とスイッチの故障率変化の推移が似ているというだけで、②と③の

推移にも違いはある。グラフに出力すると、主電源の故障率の影響が大きいことが顕著に表れた形になるため、②と③が似たような推移になったと考えられる。

5.11.9 繰り返し故障型修理系システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果(図 5-30)

- (1) 主電源、予備電源及びスイッチの故障率の値をそれぞれ大きくすればするほど、フォールト生起確率は上昇していく。
- (2) ①の勾配が、②と③に比べ大きくなる。
- (3) ①、②及び③の推移は各要素の故障率が 10^{-1} [1/hr]程度でフォールト生起確率は一定になる。
- (4) ②と③は似たような推移となった。

5.11.10 繰り返し故障型修理系電源システムの単位時間あたりフォールト生起確率の出力結果に対する考察

修理系システムは各要素の故障率が上昇すればフォールトに生起する確率が高くなることはいえるため、5.11.9の(1)はいえる。

(2)から主電源の故障率が他の要素に比べ、フォールト生起に対する影響度が大きいことがわかる。これはFTでも示されているとおり、主電源の故障は電源システムがフォールトになる必要条件であるためだと考えられる。

致命的故障型システムは、システムフォールトになると初期状態に移行する。5.11.8で述べたが、致命的故障型システムのフォールト生起確率は、故障率を変化させる要素以外の要素のフォールト生起確率に収束されていく。これは主電源が連続的にフォールトになると予備電源がフォールトになった時点でシステムフォールトになるなど、初期状態から一番システムフォールトになりやすい状態の移行を考え、その移行する確率に収束されるからである。しかし、致命的故障型に比べ、繰り返し故障型は初期状態に戻りにくい。システムフォールトになると中間的な状態に移行し、またすぐフォールトになる可能性がある。したがって、単に故障率を変化させる要素以外の要素のフォールト生起確率に収束されることはなく、むしろシステムフォールトになりやすいため、致命的故障型に比べ、①と②の推移はシステムのフォールト生起確率が大きい値で一定になると考えられる。①と②のみが大きくなるのは、スイッチがフォールトになった時点でシステムフォールトになることはないが、電源がフォールトになるとシステムフォールトになるため、このことが影響していると考えられる。

したがって、致命的故障型とは違った推移で、(3)がいえる。

(4)から、予備電源とスイッチの故障率は修理系電源システムのフォールト生起確率に対して近い影響度をもっていることがわかる。これは、主電源の故障率変化の推移に比べて、予備電源とスイッチの故障率変化の推移が似ているというだけで、②と③の推移にも違いはある。グラフに出力すると、主電源の故障率の影響が大きいことが顕著に表れた形になるため、②と③が似たような推移になったと考えられる。

5.12 生起順序表記と状態表記のみのマルコフモデルの比較

5.9 において電源システムのマルコフモデルを示したが、5.8 でも述べたように要素の生起順序を記載したマルコフモデルの表記方法がある。この生起順序表記のマルコフモデルで定量的に解析した場合が 5.9 で示したマルコフモデルで解析した結果と同じ結果を得られることを致命的故障型電源システムの解析を通して本節で示している。

要素生起の順序を考慮した致命的故障型電源システムをマルコフモデルで示すために、同等の要素の状態でも要素の生起順序を考慮し生起順序が違う場合は区別して考える必要がある。これを踏まえて、全ての状態を記載した状態の遷移の流れを図 33 に示した。これはある状態から次に生起する可能性を全て示している。そして、同じ状態が出てきた場合は、同じことの繰り返しにならないためにそこで次の状態には遷移はしないようにしている。そのような状態であることを 2 重線で示した。また、丸で囲むことでシステムフォールトの状態であることを示し、致命的故障型ではシステムフォールトになると次は初期状態に遷移するため、これもまた同じことの繰り返しにならないようにそこで次の状態には遷移はしないようにしている。

括弧の中は主電源、予備電源、スイッチの順に 0 が正常状態、1～3 がフォールトを表し、数字の数は生起順序を示している。例えば、主電源、スイッチ、予備電源の順にフォールトになることを(1, 3, 2)と表す。

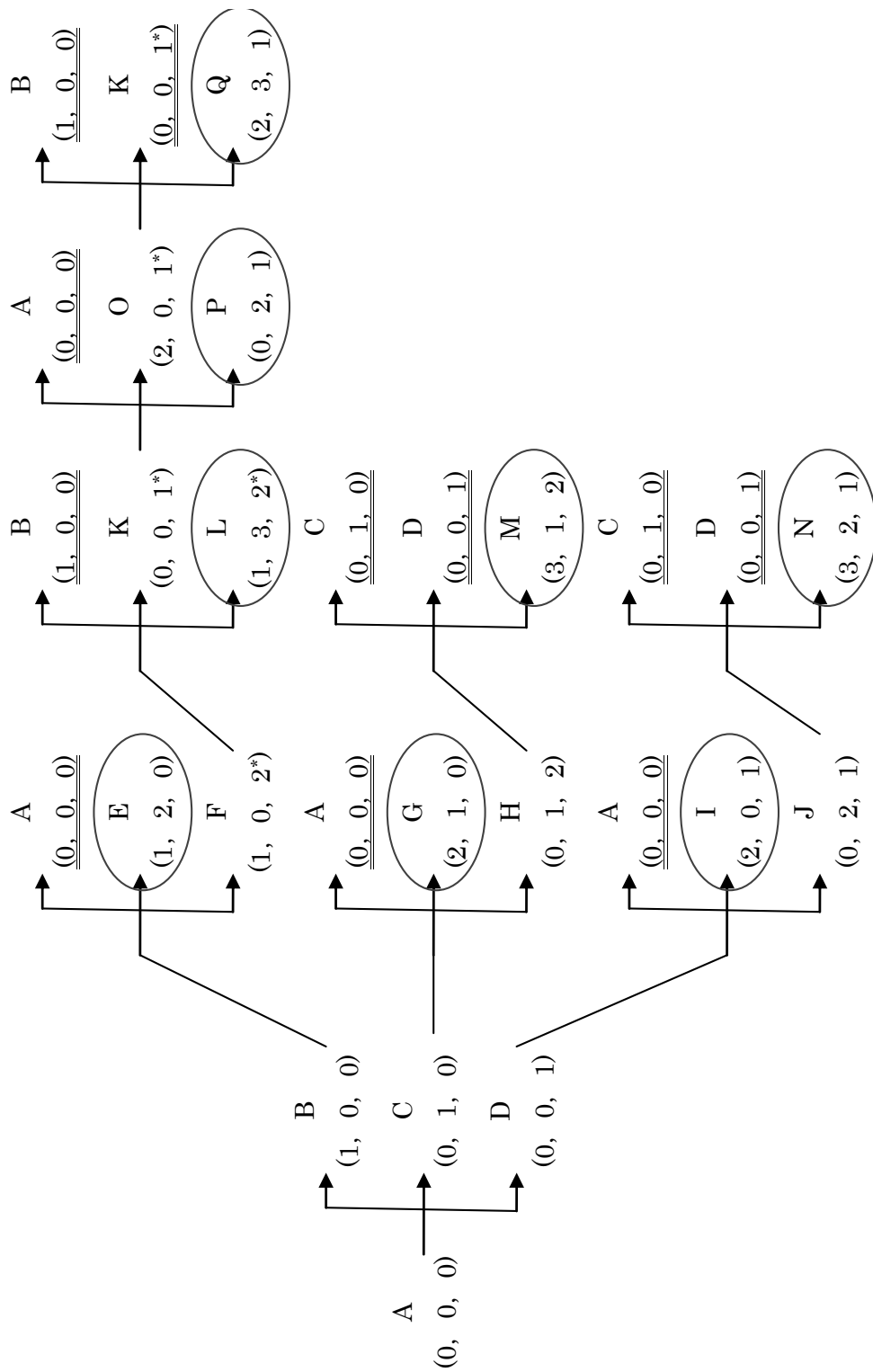


図 33 電源システムの状態推移

図 33 からある状態の次に遷移しうる状態を示すことができたので、これをもとに図 34 のようなマルコフモデルを作成した。

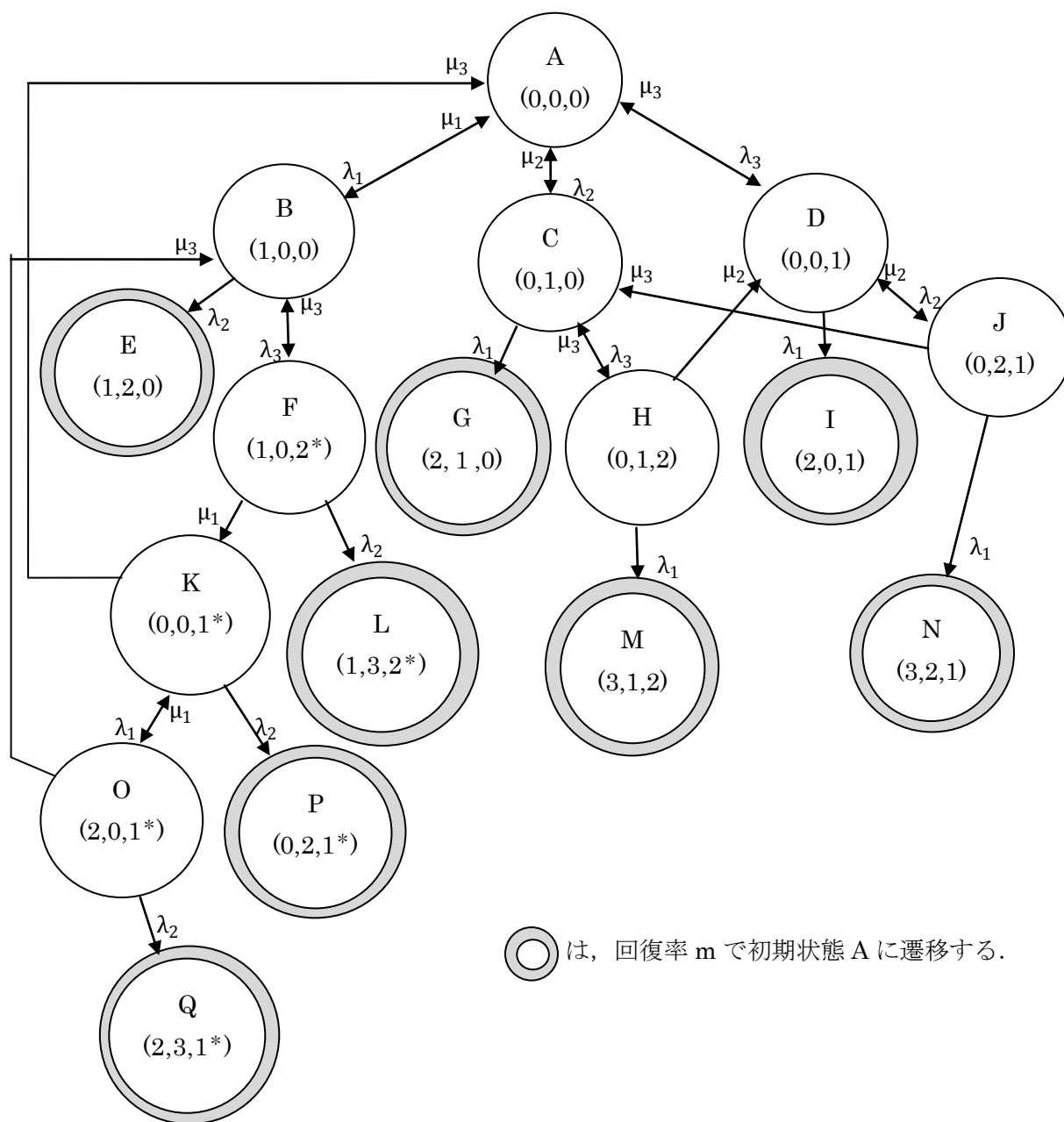


図 34 生起順序表記の致命的故障型電源システムのマルコフモデル

このように表わされたマルコフモデルから，5.9 と同様の方法で定常状態においてシステムがフォールトに生起する確率を導出した．その結果，導出結果は付録 E に載せた．

生起順序表記のマルコフモデルと 5.9 で記載した状態表記のみのマルコフモデルからシステムフォールト生起確率の推定式に，主電源，予備電源，スイッチの故障率を全て $10^{-5}[1/\text{hr}]$ と修復率を全て $10^{-1}[1/\text{hr}]$ を代入した場合と，全要素の故障率に $10^{-4}[1/\text{hr}]$ と修復率に $10^{-4}[1/\text{hr}]$ を代入した場合で比較し，結果を表 5 にまとめた．

表 5 マルコフモデルの比較結果

	生起順序表記マルコフモデル	状態表記のみのマルコフモデル
故障率 $10^{-5}[1/\text{hr}]$	$2.998870389 \times 10^{-9}[1/\text{hr}]$	$2.998950353 \times 10^{-9}[1/\text{hr}]$
修復率 $10^{-1}[1/\text{hr}]$		
故障率 $10^{-4}[1/\text{hr}]$	$2.988738820 \times 10^{-7}[1/\text{hr}]$	$2.989535134 \times 10^{-7}[1/\text{hr}]$
修復率 $10^{-1}[1/\text{hr}]$		

比較した結果，計算誤差の範囲内であり，ほぼ一致したといえる結果となった．これにより，5.9 で記載したマルコフモデルは非コヒーレント性を含めて順序依存故障論理を考慮していることがいえる．

5.9 の図 23 の状態表記のみのマルコフモデル(ここでは，モデル 1)が図 34 の生起順序を記載しているマルコフモデル(モデル 2)よりも状態が少なく表現できているが，生起順序を考慮したときにモデル 1 の状態 F はモデル 2 の状態 E と状態 F に，モデル 1 の状態 L がモデル 2 の状態 L と状態 Q に，またモデル 1 の状態 K がモデル 2 の状態 M と状態 N に分かれて表現しているためである．

5.8.2 でも述べたが，モデル 2 の表現方法の方が，順序依存故障論理を定性的に理解しやすく表記する際にも間違いが少ないのかもしれない．しかし，システムの設計やフォールト生起に対して定性的な理解があり，それを考慮に入れて左の表記方法で示すことができれば，システムのアベイラビリティやフォールトの生起確率等を算出するのに，状態の数が少ないので計算しやすい．

また，比較結果が一致したことから，本研究で扱った当該電源システムにおいて，順序依存故障論理及び非コヒーレント性を考慮して定量的な解析を実行したといえる．

5.13 FTA とマルコフモデルの比較

本研究ではシステムのリスク解析の手法として FTA とマルコフモデルを用いたので、ここでは、FTA とマルコフモデルのそれぞれの利点や欠点について検討した。

まず、FTA についてだが、フォールト生起の最小カットセットをみつけることができれば、必要最低限のフォールト生起の組み合わせを見つけることができる。これは、システムの設定や設計を十分に理解し、順序依存故障論理や非コヒーレント性を考慮したうえで、FTA を作成することが必要条件である。つまり非コヒーレント性が複雑に入り組んでいるシステムなどは解析しにくい。一方、マルコフモデルは、状態遷移を全て表記するので非コヒーレント性を見つけることや定量的解析に向いている。しかし、テフロン焼成炉のような複雑なシステムの場合は、事象の数が多すぎてしまうため表記が困難であり、また複雑な非コヒーレント性をもつシステムの表現が難しくなる。

両手法とも利点や扱う難しさを持っているが、本研究では、電源システムのように設定を把握しやすいシステムにおいて解析し検討した。一般的なシステムにおいて同様な事がいえるとは言い切れないが、FTA の方が定性的に理解しやすく、またマルコフモデルの方がシステムの非コヒーレント性を見出しやすいという見解をもった。電源システムの解析を通して順序依存故障論理及び非コヒーレント性をもつシステムの FTA とマルコフモデルの解析の実行例を示すことができたといえる。

第 6 章 電源システムの作動要求時における危険事象率の推定

6.1 安全関連系

安全関連系(SRS)を持つ全体システムは、図 6-1 のように構成される [7][8][9][10][12]。

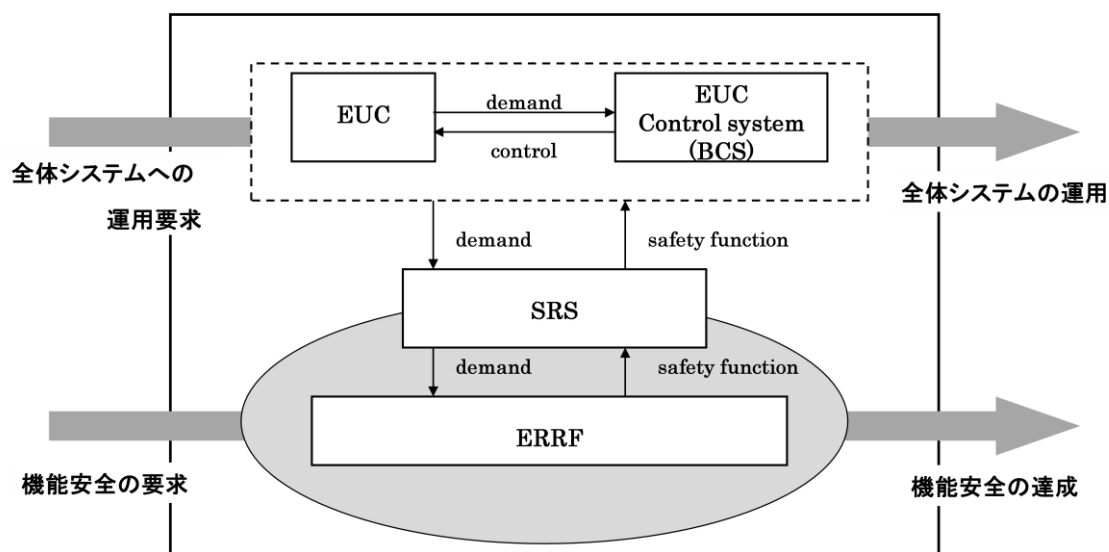


図 6-1 安全関連系を持つ全体システムの構成

図 6-1 のように、全体システムは EUC, BCS, SRS 及び ERRF によって構成される。JIS C 0508 において、SRS は EUC を安全な状態に移行させるため、又は EUC の安全な状態を維持するために必要な安全機能を行い、かつ、それ自体で、若しくは、その他の E/E/PE 安全関連系、他技術安全関連系、又は、外的リスク軽減施設と協調して、要求される安全機能に対して必要な安全度水準を達成するとある。つまり、SRS は ERRF 等と一緒に EUC の状態を安全に維持することである。

ここで、反対にシステムが安全を維持できない、つまり、危険事象が発生する時について解説する。まず、EUC に異常が発見されたり BCS が制御に失敗したりする時に、安全関連系に対して作動要求が発生する。この時に SRS や ERRF 等が安全機能を遂行できる状態ではない場合、全体システムは安全な状態を維持することはできず、危険事象が発生する。したがって、作動要求時に SRS 等がフォールトであれば危険事象が生起する。

第 6 章では、第 5 章で設定した電源システムが SRS の装置であると考え、電源システムのフォールトによる危険事象率の推定を行う。しかし、第 1 章の図 1-2 でもわかるように ERRF については IEC 61508 の対象外でもあることから、考慮しないものとする。また、

本研究では、全体システムを低頻度作動要求モードと連続モードについて検討する。

6.2 危険事象率の推定式

電源システムのフォールトによる危険事象率の推定について、低頻度作動要求モードと連続モードで分けて考える。

まず、低頻度作動要求モードでは、電源システムがフォールトである時に作動要求が生起するか、若しくは、作動要求時に電源システムがフォールトになるかで危険事象が起きるため、簡易的に危険事象率 ω を求めると、電源システムの不信頼度、若しくはアンアベイラビリティに作動要求率 λ_d を掛けた値となる。

一方、連続モードでは、連続的に作動要求が発生しているため、電源システムがフォールトに生起した時点で危険事象が発生するとほぼいえる。従って、この場合の危険事象率 ω は、単位時間あたりの電源システムのフォールトが生起する確率とほぼ等しくなる。このことから、非修理・再生系、致命的故障型修理系及び繰り返し故障型修理系電源システムが及ぼす危険事象率 ω をそれぞれ求め、表 6 にまとめる。

表 6 電源システムにおける危険事象率

(Q_1 : 不信頼度, Q_2 : アンアベイラビリティ, F : 単位時間あたりのフォールト生起確率)

	低頻度作動要求モード	連続モード
非修理・再生系	$\omega \approx Q_1 \cdot \lambda_d$	$\omega \approx F_1$
致命的故障型	$\omega \approx Q_2 \cdot \lambda_d$	$\omega \approx F_2$
修理系		
繰り返し故障型	$\omega \approx Q_2 \cdot \lambda_d$	$\omega \approx F_3$

6.3 作動要求率に対する危険事象率の推移

6.3 では、6.2 以前で得られた危険事象率の推定式を用いて、主電源、予備電源及びスイッチの故障率と修復率に様々な値を入れ、作動要求率に対する危険事象率の変化をグラフに出力する。これにより、電源システムの危険事象率が不自然な値をとっていないか検証をしている。また、本研究では作動要求率が 10^{-4} [1/hr]以下を低頻度作動要求モードとし、 10^{-4} [1/hr]以上を高頻度作動要求又は連続モードとする。以下の表 6 に、非修理-再生系、致命的故障型修理系及び繰返し故障型修理系において用いた故障率及び修復率を①～⑤の 5 通り示す。また、非修理-再生系の場合は、①～⑤の故障率のみを扱い、不信頼度 Q_1 は、時間を 10000[hr]としている。

表 7 グラフ出力に伴う故障率と修復率

	故障率 λ [1/hr]			修復率 μ [1/hr]		
	主電源	予備電源	スイッチ	主電源	予備電源	スイッチ
①	10^{-5}	10^{-5}	10^{-5}	10^{-1}	10^{-1}	10^{-1}
②	10^{-6}	10^{-6}	10^{-6}	10^{-1}	10^{-1}	10^{-2}
③	10^{-5}	10^{-5}	10^{-7}	10^{-1}	10^{-1}	10^{-2}
④	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
⑤	10^{-7}	10^{-6}	10^{-5}	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}

6.3.1 非修理系・再生システム

以下、非修理・再生系，致命的故障型修理系及び繰り返し故障型修理系に分け，①～⑤のグラフを載せる．

① $\lambda_1=10^{-5}$ ， $\lambda_2=10^{-5}$ ， $\lambda_3=10^{-5}$

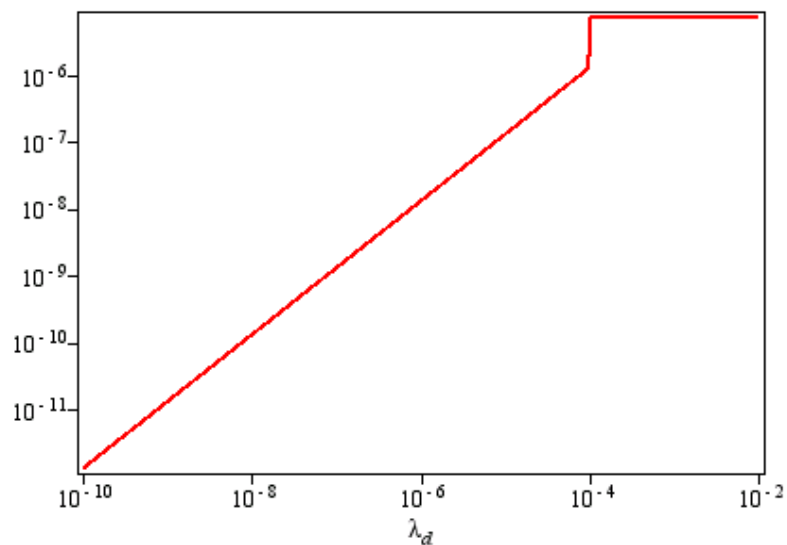


図 6-2 作動要求率に対する危険事象率の推移 1-1

② $\lambda_1=10^{-6}$ ， $\lambda_2=10^{-6}$ ， $\lambda_3=10^{-6}$

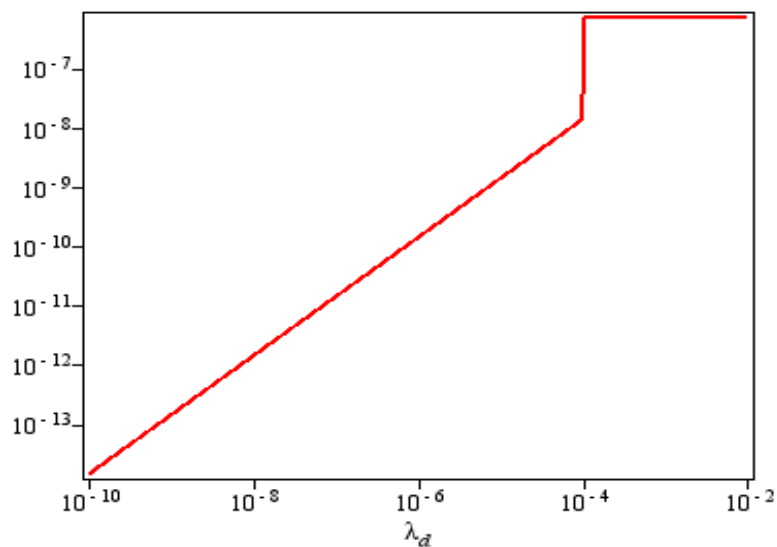


図 6-3 作動要求率に対する危険事象率の推移 1-2

③ $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-5}$, $\lambda_3=10^{-7}$

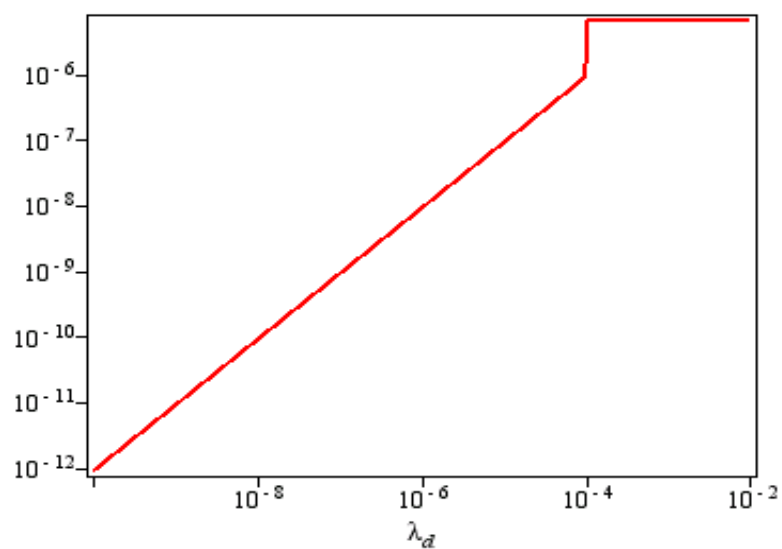


図 6-4 作動要求率に対する危険事象率の推移 1-3

④ $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-7}$

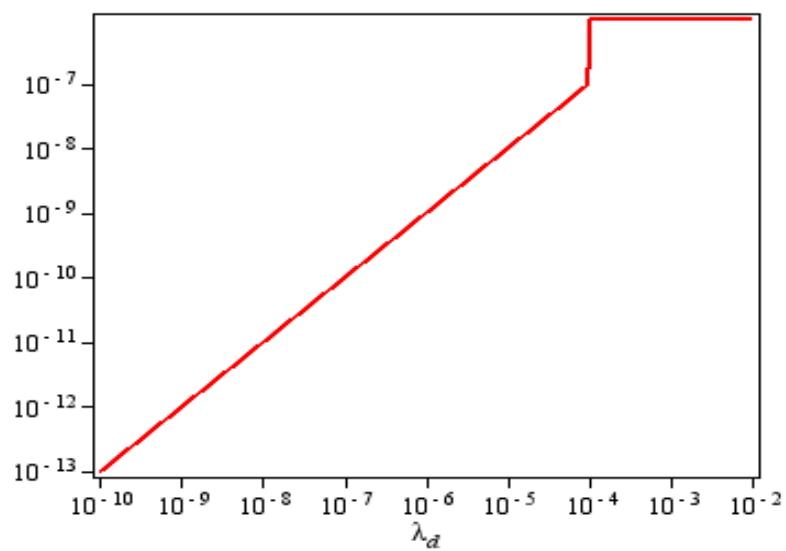


図 6-5 作動要求率に対する危険事象率の推移 1-4

⑤ $\lambda_1=10^{-7}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-5}$

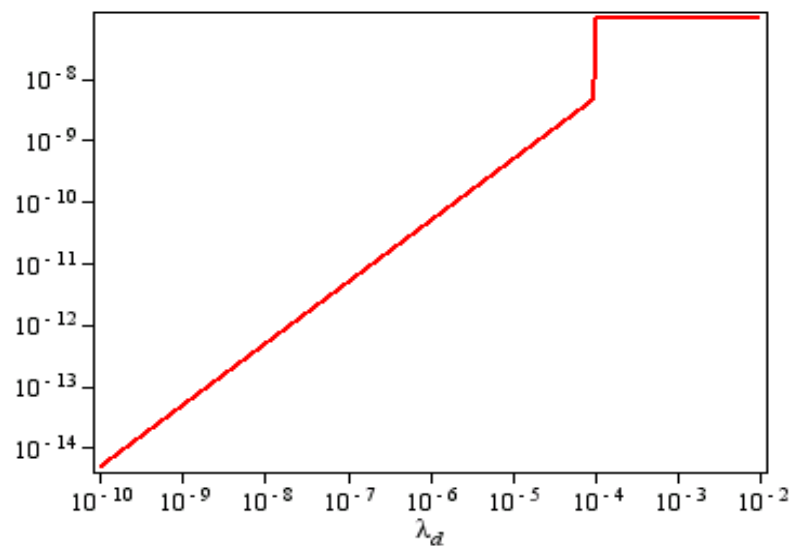


図 6-6 作動要求率に対する危険事象率の推移 1-5

6.3.2 致命的故障型修理系システム

- ① $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-5}$, $\lambda_3=10^{-5}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-1}$, $\mu_3=10^{-1}$

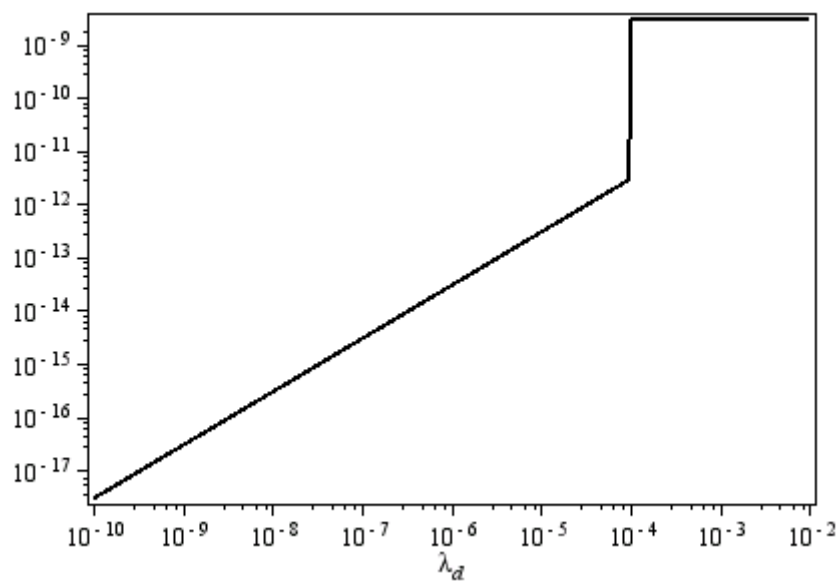


図 6-7 作動要求率に対する危険事象率の推移 2-1

- ② $\lambda_1=10^{-6}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-6}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-1}$, $\mu_3=10^{-2}$

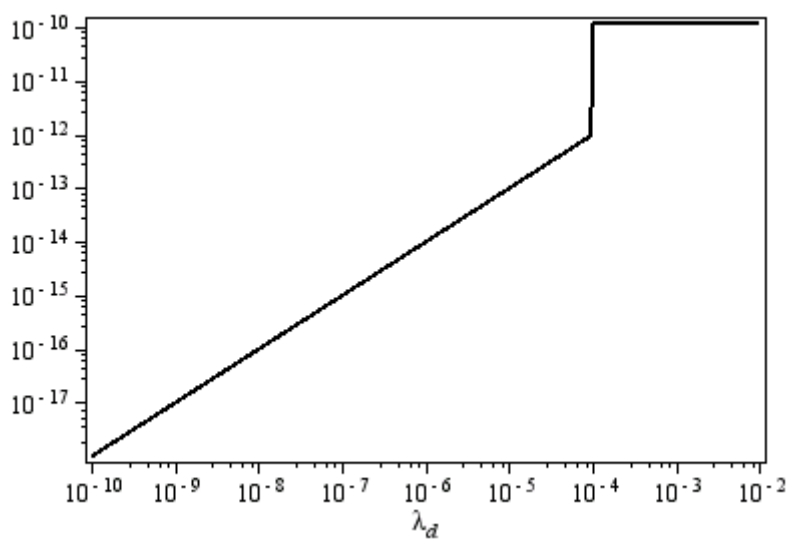


図 6-8 作動要求率に対する危険事象率の推移 2-2

③ $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-5}$, $\lambda_3=10^{-7}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-1}$, $\mu_3=10^{-2}$

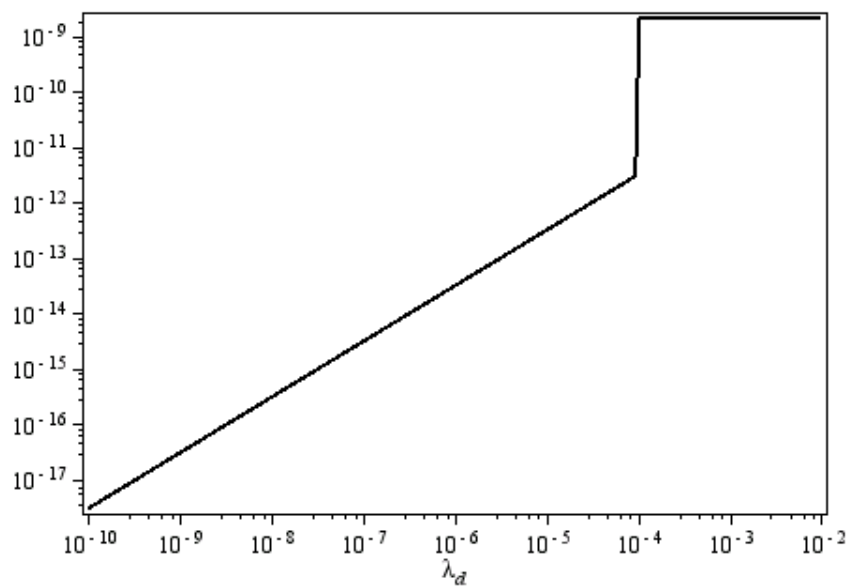


図 6-9 作動要求率に対する危険事象率の推移 2-3

④ $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-7}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-2}$, $\mu_3=10^{-3}$

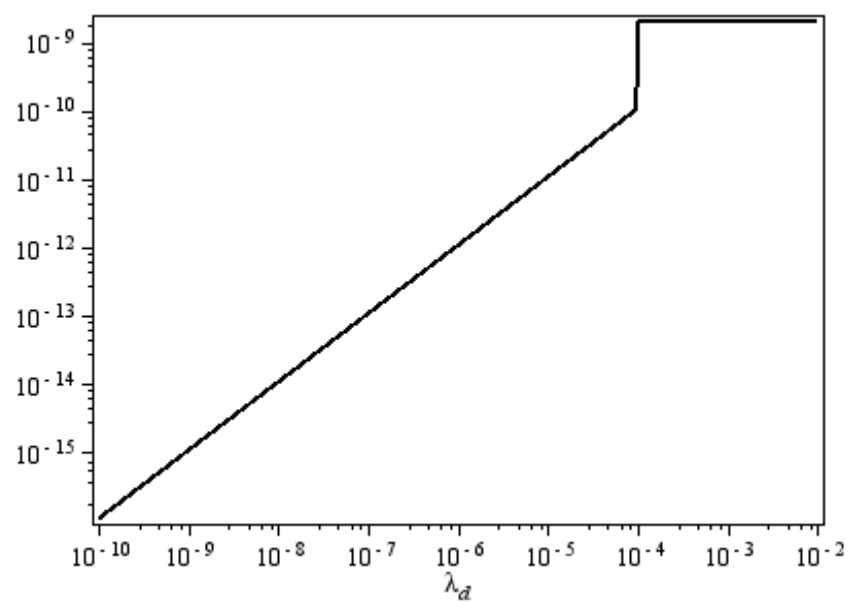


図 6-10 作動要求率に対する危険事象率の推移 2-4

⑤ $\lambda_1=10^{-7}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-5}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-2}$, $\mu_3=10^{-3}$

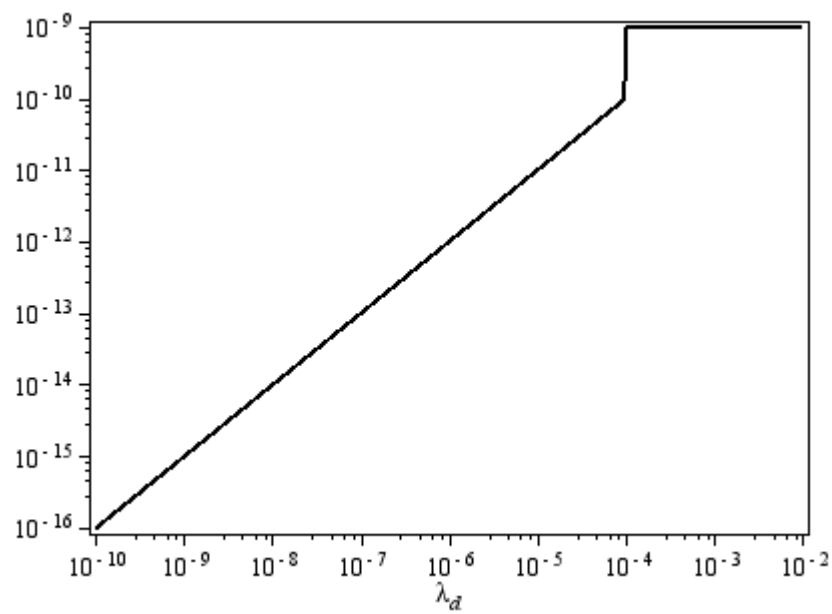


図 6-11 作動要求率に対する危険事象率の推移 2・5

6.3.3 繰り返し故障型修理系システム

- ① $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-5}$, $\lambda_3=10^{-5}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-1}$, $\mu_3=10^{-1}$

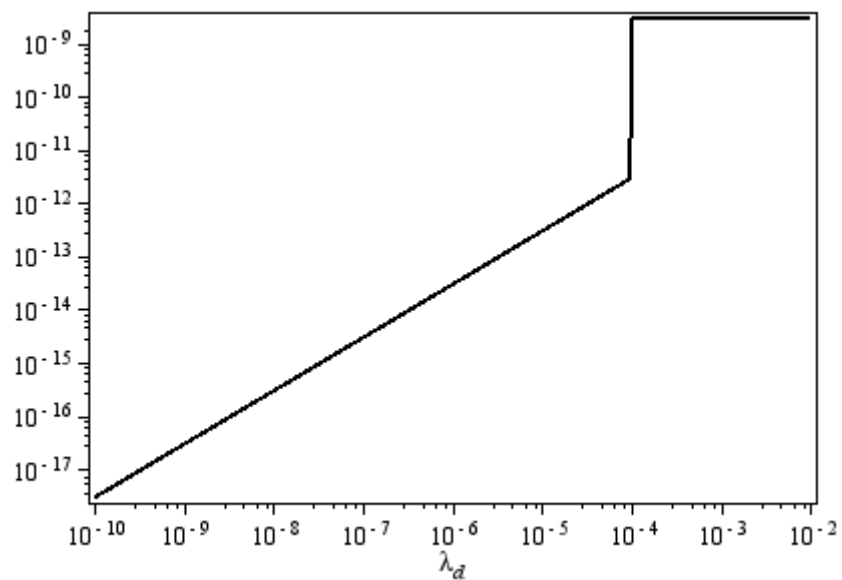


図 6-12 作動要求率に対する危険事象率の推移 3-1

- ② $\lambda_1=10^{-6}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-6}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-1}$, $\mu_3=10^{-2}$

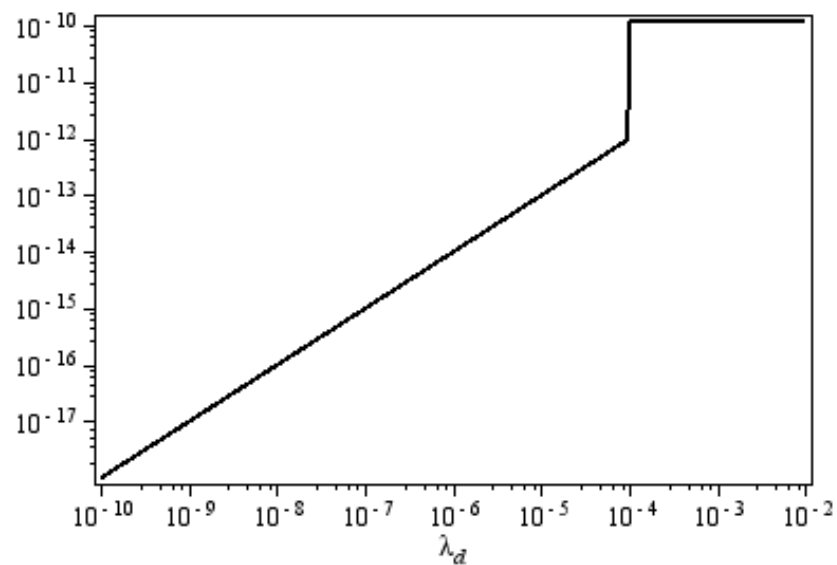


図 6-13 作動要求率に対する危険事象率の推移 3-2

③ $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-5}$, $\lambda_3=10^{-7}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-1}$, $\mu_3=10^{-2}$

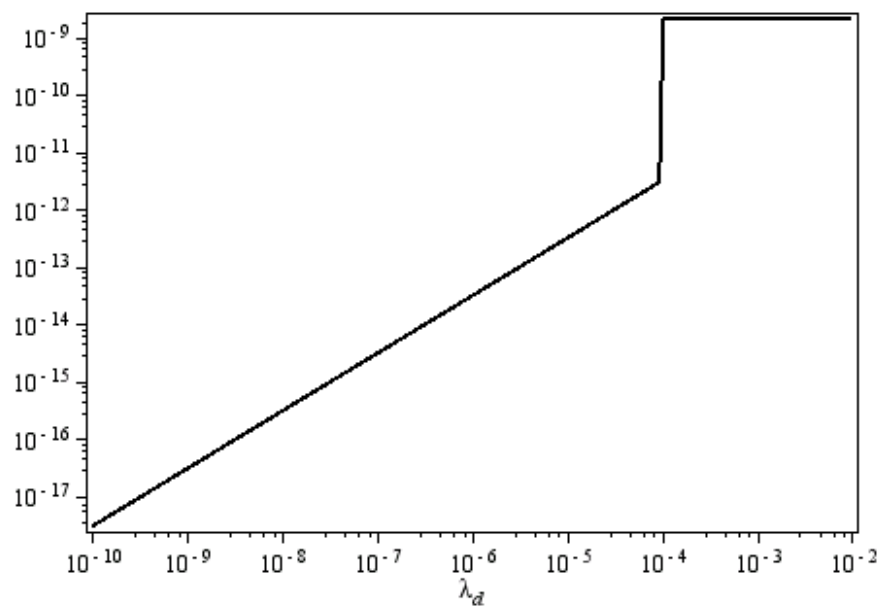


図 6-14 作動要求率に対する危険事象率の推移 3・3

④ $\lambda_1=10^{-5}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-7}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-2}$, $\mu_3=10^{-3}$

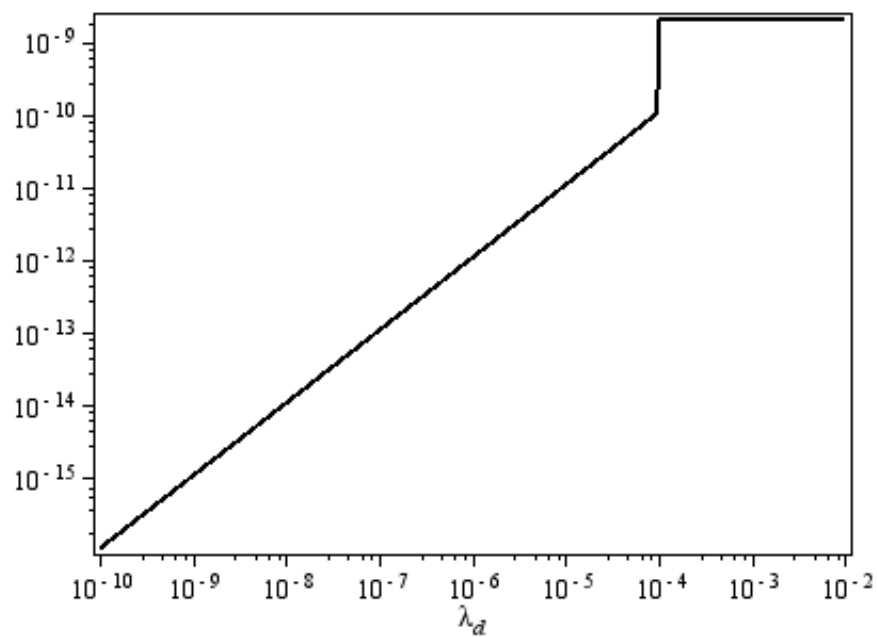


図 6-15 作動要求率に対する危険事象率の推移 3・4

⑤ $\lambda_1=10^{-7}$, $\lambda_2=10^{-6}$, $\lambda_3=10^{-5}$, $\mu_1=10^{-1}$, $\mu_2=10^{-2}$, $\mu_3=10^{-3}$

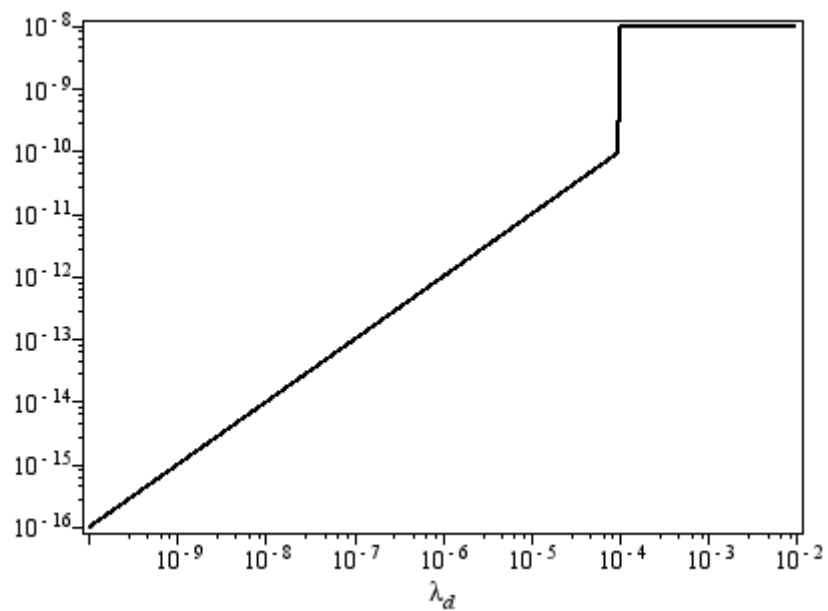


図 6-16 作動要求率に対する危険事象率の推移 3・5

6.3.4 解析結果

6.3.5 で作動要求率に対するの危険事象率の推移を出力した結果から以下が得られる.

- (1) 作動要求頻度が小さくなるにつれて, 危険事象率は 0 に収束していく.
- (2) 危険事象率は非修理-再生系システムに比べ, 修理系システムの方が小さい値をとる.
- (3) 低頻度作動要求モードと高頻度作動要求及び連続モードの接点, つまり作動要求率が 10^{-4} [1/hr]のときに誤差が生じる.

6.3.4 考察

6.3.4 の出力結果から考察されることを以下にまとめる.

- 6.3.4 の(1)は, 安全関連系に対してはほぼ要求がなくなると危険事象率は 0 に近づくことはいえるので, 論理に合った推移になっている.
- 非修理-再生系は各要素がフォールトになると修復できない過程をもつため, 修理系よりもフォールトになりやすいことが考えられる. そのため, (2)がいえる.
- 本研究の危険事象率の推定式は, 表 6 で示したように簡易的に求めているが, 厳密には作動要求率を含んだマルコフモデルを作成して危険事象率の推定式を導出しなければ厳密解にはならない. そのため, 作動要求モードを低頻度と高頻度及び連続モードで作動要求率の推定式を変えた場合, 誤差が生じ, (4)のような結果になると考えられる.

第7章 まとめ

第1章に示したが、本研究の目的は以下の通りである。

- ・ 順序依存故障論理をもつシステムの FTA による定性的解析
- ・ 非コヒーレントシステムの有用性の検討
- ・ 順序依存故障論理を持つシステムの FTA 及びマルコフモデルによる定量的な解析

本研究は、まず順序依存故障論理をもつシステムについての検討を行った。順序依存故障論理をもつシステムは、優先 AND ゲートを用いることで FTA による安全解析を行うことができる。FTA を作成する際、そのシステムの要素が修復過程をもたない非修理系であるか、修復過程をもつ修理系であるかを考慮しなければならない。また、修理系の中でも、システムの要素の信頼性向上が全体システムの信頼性向上又は現状維持であるコヒーレントシステムであるか、若しくはシステム要素の信頼性向上が全体システムの信頼性悪化につながる可能性がある非コヒーレントシステムであるかを見極める必要がある。第3章では、非コヒーレントシステムの例を挙げ、FTA を作成することで非コヒーレントシステムの定性的な解析手法を記載した。第4章では、実際の爆発事故を例に、非コヒーレントシステム FTA を作成した。第3章及び第4章から、システムの安全解析において、そのシステムが非コヒーレントシステムであるかどうかを事前安全計画においても事後安全計画においても考慮し、その上で、フェールセーフ設計や、安全管理のマニュアル等に活かされる必要があるといえる。

次に、電源システムのフォールト及び危険事象における定量的な解析を行った。この電源システムは、順序依存故障論理をもつ非コヒーレントシステムである。これまでに、Fussell や佐藤らによって、優先 AND ゲートをもつ FTA における定量的な研究がされてきた^{[13][18]}。本研究では、Fussell や佐藤らが提案している多重積分法を用いた手法を用いることで、電源システムの不信頼度やアンアベイラビリティの推定式を導出した。次に、マルコフモデルによって単位時間あたりにおける電源システムのフォールト生起確率の推定式を導出した。マルコフモデルによる手法は多重積分法を用いた方法よりも厳密に解を導出できるため、電源システムの解析を通して、この手法の有効性を示した。また、この電源システムが安全関連系のシステムであるとし、簡易的に電源システムのフォールトによる危険事象について検討を行い、危険事象率推定式を導出した。これらの得られた推定式から、様々な条件下でフォールト生起確率及び危険事象率をグラフに出力した。これにより、電源システムのフォールトにおいて様々な考察ができ、また、推定式の妥当性に関する考察も行った。電源システムは、順序依存故障論理をもつシステムの1つの例であり、また非コヒーレントシステムの1例である。電源システムの解析により、これらのシステムの定量的解析を示した。

最後に、今後の研究課題を次に挙げた。

- ・ 非修理-再生系システムにおいて、時間の変数をもつ単位時間あたりのフォールト生起確率の推定式の導出とその有効性について。

本研究では定常状態におけるフォールト生起確率を導出したので、時間の変数をもつフォールト生起確率についても推定式を導出し、その有効性を検討する。

- ・ 順序依存故障論理をもつ非修理系システムのマルコフモデルを用いた解析。

以下の図 7-1 のような FTA をもつシステム図 7-2 のようなマルコフモデルで表現できるが、この場合、フォールトではない吸収状態の部分に対して、回復率 m を無限大にして与え、アンアベイラビリティやフォールト生起確率を求めることの妥当性を検討する。

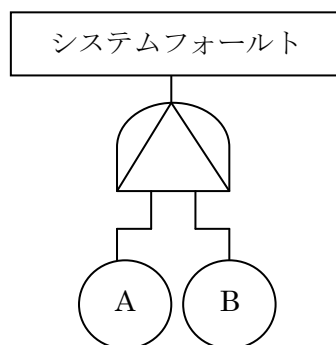


図 7.1 2 入力非修理系システムの FT

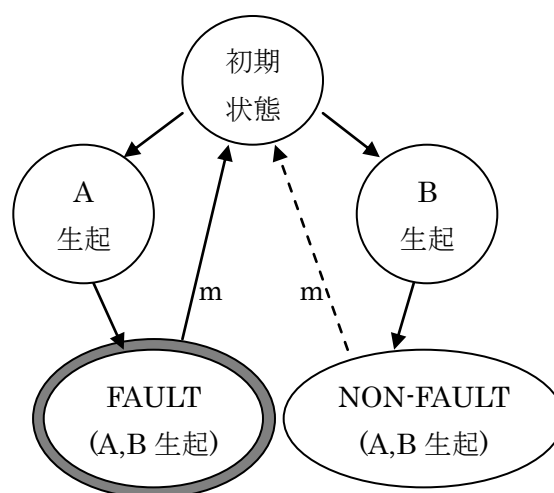


図 7.2 2 入力非修理系マルコフモデル

- ・ マルコフモデルを用いた安全関連系における電源システムの危険事象率の推定式の導出。

本研究は、低頻度作動要求モードでは電源システムの不信頼度又はアンアベイラビリティに作動要求率を掛けた値を危険事象率とし、連続モードではフォールト生起確率を危険事象率とし簡易的に求めているが、作動要求率や完了率を含めたマルコフモデルを作成し、危険事象率を求めた方が厳密解といえる。したがって、作動要求率や完了率を含めたマルコフモデルから危険事象率の推定式を導出することも今後の研究課題である。

謝辞

佐藤吉信教授には、研究室配属から論文執筆にいたるまで、多くのご指導を頂きました。

そして、本論文にあたり、参考にさせて頂いた文献の著者の方々、また、いろいろと指導して頂いた研究室の先輩方、そして細部にわたってご指導頂いた陶山貢市教授、岩坂直人教授に心から感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 佐藤吉信(1990)：“人間 - ロボット系の安全評価に関する研究” 学位論文， pp.1－6.
- [2] IEC 61508, IEC, Geneva, Part1,3,4,5(1998), Part2,6,7(2000).
- [3] JIS C 0508, 日本規格協会，東京，(1999).
- [4] 田辺安雄(2008)：“機能安全における危険事象率推定のための優先 AND ゲートに関する研究” pp.10－81.
- [5] 木村大典(2003)：“順序依存型故障論理の定量的解析” pp.9－45.
- [6] 立花満(2004)：“優先 AND ゲートのマルコフ解析” pp.9 -51.
- [7] 吉村達，佐藤吉信(2003)：“非定常作動要求状態における安全関連系の安全度水準評価モデル” 電子情報通信学会論文誌 A Vol.J86-A No.11, pp.1186－1196.
- [8] 川原卓也，市塚昭弘，佐藤吉信(2003)：“自己診断を有する安全関連系の状態遷移モデルと機能安全評価” 電子情報通信学会論文誌 A Vol.J86-A No.3, pp.241－249.
- [9] 吉村達，佐藤吉信(2003)：“順序依存形故障論理を用いた安全度水準決定の定式化” 日本機械学会論文集(C 編)70 巻 691 号 No.03-0772, pp.879－885.
- [10] 下平庸晴，佐藤吉信，陶山貢市(2006)：“定常作動要求状態での平均危険事象率の推定と SIL 決定法” 日本機械学会論文集(C 編)72 巻 715 号 No.05-0525, pp.953－959.
- [11] 吉村達，佐藤吉信(2006)：“非定常作動要求状態における自己診断機能を持つ安全関連系の安全度水準” REAL 誌 Vol.28, No.3(通巻 151 号), pp.219－226.
- [12] 川原卓也，市塚昭弘，佐藤吉信(2002)：“自己診断を有する安全関連系の安全度水準モデル” REAL 誌 Vol.24, No.8(通巻 124 号), pp.731－739.
- [13] J.B.Fussell, E.F.Aber, R.G.Rahl, “On the Quantitative Analysis of Priority-AND Failure Logic”, IEEE TRANSACTIONS ON RELIABILITY, Vol.R-25, NO.5, December 1976.
- [14] JIS Z 8115, 日本規格協会，東京，(2000).
- [15] 日本信頼性学会(1997)：“信頼性ハンドブック” pp.33-35.
- [16] 日本科学技術連盟 “FMEA・FTA 実施法” pp.125.
- [17] 佐藤吉信，桑川壮一(1986)：“テフロン焼成炉爆発災害の分析” 安全工学 第 25 巻 第 2 号.
- [18] 佐藤吉信，井上紘一，熊本博光(1986)：“人間 - ロボット系の安全性評価(第 3 報，順序依存形故障論理の定量化について)” 日本機械学会論文集(C 編)52 巻 475 号，No.85-0454 A, pp1110－1117.
- [19] 西干機，堀内智樹，陶山貢市，佐藤吉信(2007)：“強制給排気式石油温風暖房機の安全解析” 37 回信頼性・安全性シンポジウム発表論文集， pp.143-147.

- [20] 西干機, 陶山貢市, 佐藤吉信(2008): “強制給排気式石油温風暖房機の安全解析(その 2)” 38 回信頼性・安全性シンポジウム発表論文集, pp.179-184.
- [21] 西干機, 佐藤吉信(2009): “強制給排気式石油温風暖房機の安全解析(その 3)” 39 回信頼性・安全性シンポジウム発表論文集, pp.235-239.
- [22] Itaru Yoshimura, Yoshinobu Sato, “Estimation of Calendar-Time and Process-Operative-Time-Hazardous-Event Rates for the Assessment of Fatal Risk”, International Journal of Performability Engineering, Vol.5, No.4, July 2009, pp.377-386.

付録 A

致命的故障型修理系電源システムのマルコフモデルにおける連立方程式

$$\begin{aligned} P(A)+P(B)+P(C)+P(D)+P(E)+P(F)+P(G)+P(H)+P(I)+P(J)+P(K)+P(L) &= 1 \\ -(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)*P(A)+\mu_1*P(B)+\mu_2*P(C)+\mu_3*P(D)+\mu_3*P(E)+m*P(G)+m*P(J)+m*P(K)+m*P(L) &= 0 \\ \lambda_1*P(A)-(\lambda_2+\lambda_3+\mu_1)*P(B)+\mu_3*P(H) &= 0 \\ \lambda_2*P(A)-(\lambda_1+\lambda_3+\mu_2)*P(C)+\mu_3*P(I) &= 0 \\ \lambda_3*P(A)-(\lambda_1+\lambda_2+\mu_3)*P(D)+\mu_2*P(I) &= 0 \\ -(\lambda_1+\lambda_2+\mu_3)*P(E)+\mu_1*P(H) &= 0 \\ \lambda_2*P(B)+\lambda_1*P(C)-m*P(F) &= 0 \\ \lambda_1*P(D)-m*P(G) &= 0 \\ \lambda_3*P(B)+\lambda_1*P(E)-(\lambda_2+\mu_1+\mu_3)*P(H) &= 0 \\ \lambda_3*P(C)+\lambda_2*P(D)-(\lambda_1+\mu_2+\mu_3)*P(I) &= 0 \\ \lambda_2*P(E)-m*P(J) &= 0 \\ \lambda_1*P(I)-m*P(K) &= 0 \\ \lambda_2*P(H)-m*P(L) &= 0 \end{aligned}$$

付録 B

致命的故障型電源システムの定常状態における単位時間あたりのフォールト生起確率 F_2

$$\begin{aligned}
 F_2 &:= (\mu_3 + \lambda_2 + \mu_1 + \lambda_1) (\lambda_2 + \mu_3) \\
 &\quad ((\lambda_1^2 + (\mu_3 + \lambda_3 + \mu_2) \lambda_1 + \mu_2 \mu_3) \lambda_2 + (\mu_3 + \lambda_1) (\mu_2 + \lambda_1) (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1)) \lambda_1 \lambda_2 \\
 &\quad \Bigg/ \left((\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \lambda_2^5 + 2 (\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \left(\frac{3 \mu_3}{2} + \lambda_3 + \mu_1 + \mu_2 + \frac{3 \lambda_1}{2} \right) \lambda_2^4 + (4 \lambda_1^3 \right. \\
 &\quad + (5 \mu_1 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 9 \lambda_3) \lambda_1^2 + \\
 &\quad (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 16 \lambda_3) \mu_3 + 6 \lambda_3^2 + (7 \mu_2 + 8 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \lambda_1 \\
 &\quad + (\mu_3 + \lambda_3) \\
 &\quad (3 \mu_3^2 + (5 \mu_1 + 5 \mu_2 + 4 \lambda_3) \mu_3 + \lambda_3^2 + (3 \mu_2 + 3 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \lambda_2^3 + \left(\right. \\
 &\quad 3 \lambda_1^4 + (8 \lambda_3 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 5 \mu_1) \lambda_1^3 + (\\
 &\quad 13 \mu_3^2 + (15 \mu_2 + 20 \lambda_3 + 15 \mu_1) \mu_3 + 7 \lambda_3^2 + (10 \mu_1 + 9 \mu_2) \lambda_3 + 7 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2 \\
 &\quad) \lambda_1^2 + (6 \mu_3^3 + (14 \lambda_3 + 14 \mu_1 + 14 \mu_2) \mu_3^2 \\
 &\quad + (10 \lambda_3^2 + (20 \mu_1 + 19 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \mu_3 + 2 \lambda_3^3 + (6 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3^2 \\
 &\quad + (10 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 3 \mu_1^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1 + 2 \left(\frac{\mu_3^3}{2} \right. \\
 &\quad + (\lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \mu_3^2 + \left(\frac{\lambda_3^2}{2} + \left(\frac{5 \mu_2}{2} + \frac{5 \mu_1}{2} \right) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1 \right) \mu_3 \\
 &\quad + (\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) \left(\left(\frac{\mu_2}{2} + \frac{\mu_1}{2} \right) \lambda_3 + \mu_2 \mu_1 \right) \Bigg) (\mu_3 + \lambda_3) \Bigg) \lambda_2^2 + (\lambda_1^5 \\
 &\quad + (6 \mu_3 + 4 \lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \lambda_1^4 + \\
 &\quad (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 13 \lambda_3) \mu_3 + 4 \lambda_3^2 + (5 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \\
 &\quad \lambda_1^3 + (6 \mu_3^3 + (14 \mu_2 + 12 \lambda_3 + 14 \mu_1) \mu_3^2 \\
 &\quad + (7 \lambda_3^2 + (18 \mu_1 + 16 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \mu_3 + \lambda_3^3 + (4 \mu_1 + 4 \mu_2) \lambda_3^2 \\
 &\quad + (7 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1^2 + (\mu_3^4 + (7 \mu_1 + 7 \mu_2 + 3 \lambda_3) \mu_3^3 \\
 &\quad + (3 \lambda_3^2 + (15 \mu_1 + 13 \mu_2) \lambda_3 + 4 \mu_1^2 + 16 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2) \mu_3^2 \\
 &\quad + (\lambda_3^3 + (9 \mu_1 + 7 \mu_2) \lambda_3^2 + (20 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2 + 5 \mu_1^2) \lambda_3 + 5 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3 \\
 &\quad + ((\mu_1 + \mu_2) \lambda_3^2 + (3 \mu_2 \mu_1 + \mu_2^2) \lambda_3 + \mu_2^2 \mu_1) (\mu_1 + \lambda_3)) \lambda_1 + (\mu_3 + \lambda_3) (\\
 &\quad (\mu_1 + \mu_2) \mu_3^3 + ((2 \mu_1 + 2 \mu_2) \lambda_3 + 5 \mu_2 \mu_1 + \mu_1^2 + \mu_2^2) \mu_3^2 \\
 &\quad + ((\mu_1 + \mu_2) \lambda_3^2 + (\mu_2^2 + 6 \mu_2 \mu_1 + \mu_1^2) \lambda_3 + 3 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3 \\
 &\quad + \mu_1 \mu_2 (\mu_2 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_3)) \Bigg) \lambda_2 + (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) ((\mu_3 + \lambda_3) \lambda_1^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2 \mu_3^2 + (2 \lambda_3 + 2 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 \lambda_3) \lambda_1^2 + (\mu_3^2 + (\lambda_3 + 3 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 (3 \lambda_3 + \mu_1)) \mu_3 \lambda_1 \\
& + \mu_1 \mu_3 (\mu_3 + \lambda_3) (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_3)) (\mu_2 + \lambda_1) \Big) + \lambda_2 (\lambda_2^3 + (2 \mu_3 + 2 \mu_1 + \lambda_1 + \lambda_3) \lambda_2^2 \\
& + (\mu_3^2 + (\lambda_3 + \lambda_1 + 3 \mu_1) \mu_3 + (\mu_1 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_1)) \lambda_2 + \mu_1 \mu_3 (\mu_3 + \lambda_3 + \lambda_1 + \mu_1)) \\
& ((\mu_3 + \lambda_1) \lambda_2 + \mu_3^2 + (\mu_2 + 2 \lambda_1 + \lambda_3) \mu_3 + \lambda_1 (\mu_2 + \lambda_1)) \lambda_1 \Big/ \Big((\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \lambda_2^5 \\
& + 2 (\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \Big(\frac{3 \mu_3}{2} + \lambda_3 + \mu_1 + \mu_2 + \frac{3 \lambda_1}{2} \Big) \lambda_2^4 + (3 \mu_3^3 \\
& + (10 \lambda_1 + 5 \mu_1 + 5 \mu_2 + 7 \lambda_3) \mu_3^2 + \\
& (11 \lambda_1^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 16 \lambda_3) \lambda_1 + \mu_1^2 + (4 \mu_2 + 8 \lambda_3) \mu_1 + \mu_2^2 + 5 \lambda_3^2 + 8 \mu_2 \lambda_3) \mu_3 \\
& + 4 \lambda_1^3 + (5 \mu_1 + 9 \lambda_3 + 5 \mu_2) \lambda_1^2 + (\mu_1^2 + (4 \mu_2 + 8 \lambda_3) \mu_1 + (\mu_2 + 6 \lambda_3) (\mu_2 + \lambda_3)) \lambda_1 \\
& + (\mu_1^2 + (3 \lambda_3 + 4 \mu_2) \mu_1 + \mu_2^2 + \lambda_3^2 + 3 \mu_2 \lambda_3) \lambda_3) \lambda_2^3 + \Big(\mu_3^4 \\
& + (3 \lambda_3 + 6 \lambda_1 + 4 \mu_1 + 4 \mu_2) \mu_3^3 + (\\
& 13 \lambda_1^2 + (14 \lambda_3 + 14 \mu_1 + 14 \mu_2) \lambda_1 + 2 \mu_1^2 + (9 \lambda_3 + 8 \mu_2) \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 9 \mu_2 \lambda_3 + 3 \lambda_3^2) \\
& \mu_3^2 + (11 \lambda_1^3 + (15 \mu_2 + 20 \lambda_3 + 15 \mu_1) \lambda_1^2 \\
& + (4 \mu_1^2 + (15 \mu_2 + 20 \lambda_3) \mu_1 + 19 \mu_2 \lambda_3 + 10 \lambda_3^2 + 4 \mu_2^2) \lambda_1 + (3 \lambda_3 + 2 \mu_2) \mu_1^2 \\
& + (6 \lambda_3^2 + 12 \mu_2 \lambda_3 + 2 \mu_2^2) \mu_1 + \lambda_3^3 + 3 \mu_2^2 \lambda_3 + 6 \mu_2 \lambda_3^2) \mu_3 + 3 \lambda_1^4 \\
& + (5 \mu_1 + 8 \lambda_3 + 5 \mu_2) \lambda_1^3 + (2 \mu_1^2 + (7 \mu_2 + 10 \lambda_3) \mu_1 + 7 \lambda_3^2 + 9 \mu_2 \lambda_3 + 2 \mu_2^2) \lambda_1^2 \\
& + ((3 \lambda_3 + 2 \mu_2) \mu_1^2 + (6 \lambda_3^2 + 10 \mu_2 \lambda_3 + 2 \mu_2^2) \mu_1 + 6 \mu_2 \lambda_3^2 + 2 \mu_2^2 \lambda_3 + 2 \lambda_3^3) \lambda_1 \\
& + 2 (\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) \Big(\Big(\mu_2 + \frac{\lambda_3}{2} \Big) \mu_1 + \frac{\mu_2 \lambda_3}{2} \Big) \lambda_3 \Big) \lambda_2^2 + \Big((\mu_2 + \lambda_1 + \mu_1) \mu_3^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(\mu_1^2 + (3\lambda_3 + 4\mu_2)\mu_1 + \mu_2^2 + \lambda_3^2 + 3\mu_2\lambda_3)\lambda_3)\lambda_2^3 + \left(\mu_3^4 \right. \\
& + (3\lambda_3 + 6\lambda_1 + 4\mu_1 + 4\mu_2)\mu_3^3 + (\\
& 13\lambda_1^2 + (14\lambda_3 + 14\mu_1 + 14\mu_2)\lambda_1 + 2\mu_1^2 + (9\lambda_3 + 8\mu_2)\mu_1 + 2\mu_2^2 + 9\mu_2\lambda_3 + 3\lambda_3^2) \\
& \mu_3^2 + (11\lambda_1^3 + (15\mu_2 + 20\lambda_3 + 15\mu_1)\lambda_1^2 \\
& + (4\mu_1^2 + (15\mu_2 + 20\lambda_3)\mu_1 + 19\mu_2\lambda_3 + 10\lambda_3^2 + 4\mu_2^2)\lambda_1 + (3\lambda_3 + 2\mu_2)\mu_1^2 \\
& + (6\lambda_3^2 + 12\mu_2\lambda_3 + 2\mu_2^2)\mu_1 + \lambda_3^3 + 3\mu_2^2\lambda_3 + 6\mu_2\lambda_3^2)\mu_3 + 3\lambda_1^4 \\
& + (5\mu_1 + 8\lambda_3 + 5\mu_2)\lambda_1^3 + (2\mu_1^2 + (7\mu_2 + 10\lambda_3)\mu_1 + 7\lambda_3^2 + 9\mu_2\lambda_3 + 2\mu_2^2)\lambda_1^2 \\
& + ((3\lambda_3 + 2\mu_2)\mu_1^2 + (6\lambda_3^2 + 10\mu_2\lambda_3 + 2\mu_2^2)\mu_1 + 6\mu_2\lambda_3^2 + 2\mu_2^2\lambda_3 + 2\lambda_3^3)\lambda_1 \\
& + 2(\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2)\left(\left(\mu_2 + \frac{\lambda_3}{2}\right)\mu_1 + \frac{\mu_2\lambda_3}{2}\right)\lambda_3)\lambda_2^2 + \left((\mu_2 + \lambda_1 + \mu_1)\mu_3^4 \right. \\
& + (6\lambda_1^2 + (7\mu_1 + 7\mu_2 + 3\lambda_3)\lambda_1 + \mu_1^2 + (5\mu_2 + 3\lambda_3)\mu_1 + \mu_2(3\lambda_3 + \mu_2))\mu_3^3 + \left(\right. \\
& 10\lambda_1^3 + (14\mu_2 + 12\lambda_3 + 14\mu_1)\lambda_1^2 \\
& + \left(4\mu_1^2 + (15\lambda_3 + 16\mu_2)\mu_1 + 4(3\lambda_3 + \mu_2)\left(\mu_2 + \frac{\lambda_3}{4}\right)\right)\lambda_1 + (3\mu_2 + 2\lambda_3)\mu_1^2 \\
& + (3\mu_2^2 + 11\mu_2\lambda_3 + 3\lambda_3^2)\mu_1 + 2\mu_2^2\lambda_3 + 3\mu_2\lambda_3^2)\mu_3^2 + (6\lambda_1^4 \\
& + (10\mu_2 + 10\mu_1 + 13\lambda_3)\lambda_1^3 \\
& + (4\mu_1^2 + (18\lambda_3 + 15\mu_2)\mu_1 + 16\mu_2\lambda_3 + 4\mu_2^2 + 7\lambda_3^2)\lambda_1^2 \\
& + ((5\lambda_3 + 5\mu_2)\mu_1^2 + (9\lambda_3^2 + 5\mu_2^2 + 20\mu_2\lambda_3)\mu_1 + \lambda_3^3 + 4\mu_2^2\lambda_3 + 7\mu_2\lambda_3^2)\lambda_1 \\
& + (\lambda_3^2 + 4\mu_2\lambda_3 + \mu_2^2)\mu_1^2 + (\lambda_3^3 + 4\mu_2^2\lambda_3 + 7\mu_2\lambda_3^2)\mu_1 + \mu_2\lambda_3^2(\mu_2 + \lambda_3))\mu_3 + (\\
& \lambda_1^4 + (\mu_2 + 3\lambda_3 + 2\mu_1)\lambda_1^3 + (\mu_1^2 + (3\lambda_3 + 2\mu_2)\mu_1 + 2\mu_2\lambda_3 + \lambda_3^2)\lambda_1^2 \\
& + ((\mu_2 + \lambda_3)\mu_1 + \mu_2\lambda_3)(\mu_1 + \lambda_3)\lambda_1 + \mu_1\mu_2\lambda_3(\mu_1 + \lambda_3))(\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3)\lambda_2 + \\
& (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1)((\mu_1 + \lambda_1)\mu_3^3 + (2\lambda_1^2 + (\lambda_3 + 3\mu_1)\lambda_1 + \mu_1(\mu_1 + 2\lambda_3))\mu_3^2 \\
& + (\lambda_1^3 + (2\lambda_3 + 2\mu_1)\lambda_1^2 + \mu_1(3\lambda_3 + \mu_1)\lambda_1 + \mu_1\lambda_3(\mu_1 + \lambda_3))\mu_3 + \lambda_1^2\lambda_3(\mu_1 + \lambda_1)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \left. \right) (\mu_2 + \lambda_1) \Big) + (\mu_2 \lambda_2 + (\mu_2 + \lambda_1) (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1)) (\lambda_2^3 + (2 \mu_3 + 2 \mu_1 + \lambda_1 + \lambda_3) \lambda_2^2 \\
& + ((\mu_1 + \mu_3 + \lambda_3) \lambda_1 + \mu_3^2 + (\lambda_3 + 3 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 (\mu_1 + \lambda_3)) \lambda_2 \\
& + \mu_1 \mu_3 (\mu_3 + \lambda_3 + \lambda_1 + \mu_1)) \lambda_3 \lambda_1 \Big/ \left((\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \lambda_2^5 \right. \\
& + 2 (\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \left(\frac{3 \mu_3}{2} + \lambda_3 + \mu_1 + \mu_2 + \frac{3 \lambda_1}{2} \right) \lambda_2^4 + (4 \lambda_1^3 \\
& + (5 \mu_1 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 9 \lambda_3) \lambda_1^2 + \\
& (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 16 \lambda_3) \mu_3 + \mu_2^2 + (4 \mu_1 + 7 \lambda_3) \mu_2 + \mu_1^2 + 6 \lambda_3^2 + 8 \mu_1 \lambda_3) \lambda_1 \\
& + (\mu_3 + \lambda_3) \\
& (3 \mu_3^2 + (5 \mu_1 + 5 \mu_2 + 4 \lambda_3) \mu_3 + \mu_2^2 + (4 \mu_1 + 3 \lambda_3) \mu_2 + 3 \mu_1 \lambda_3 + \lambda_3^2 + \mu_1^2)) \lambda_2^3 + \left(\right. \\
& 3 \lambda_1^4 + (8 \lambda_3 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 5 \mu_1) \lambda_1^3 + (\\
& 13 \mu_3^2 + (15 \mu_2 + 20 \lambda_3 + 15 \mu_1) \mu_3 + 2 \mu_2^2 + (9 \lambda_3 + 7 \mu_1) \mu_2 + 7 \lambda_3^2 + 2 \mu_1^2 + 10 \mu_1 \lambda_3 \\
&) \lambda_1^2 + (6 \mu_3^3 + (14 \lambda_3 + 14 \mu_1 + 14 \mu_2) \mu_3^2 \\
& + (4 \mu_2^2 + (15 \mu_1 + 19 \lambda_3) \mu_2 + 20 \mu_1 \lambda_3 + 4 \mu_1^2 + 10 \lambda_3^2) \mu_3 + (2 \lambda_3 + 2 \mu_1) \mu_2^2 \\
& + (10 \mu_1 \lambda_3 + 6 \lambda_3^2 + 2 \mu_1^2) \mu_2 + 6 \lambda_3^2 \mu_1 + 2 \lambda_3^3 + 3 \lambda_3 \mu_1^2) \lambda_1 + 2 \left(\frac{\mu_3^3}{2} \right. \\
& + (\lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \mu_3^2 + \left(\mu_2^2 + \left(\frac{5 \lambda_3}{2} + 4 \mu_1 \right) \mu_2 + \mu_1^2 + \frac{\lambda_3^2}{2} + \frac{5 \mu_1 \lambda_3}{2} \right) \mu_3 \\
& + (\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) \left(\left(\frac{\lambda_3}{2} + \mu_1 \right) \mu_2 + \frac{\mu_1 \lambda_3}{2} \right) \Big) (\mu_3 + \lambda_3) \Big) \lambda_2^2 + (\lambda_1^5 \\
& + (6 \mu_3 + 4 \lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \lambda_1^4 + \\
& (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 13 \lambda_3) \mu_3 + \mu_2^2 + (6 \lambda_3 + 4 \mu_1) \mu_2 + (\mu_1 + 4 \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_3)) \\
& \lambda_1^3 + (6 \mu_3^3 + (14 \mu_2 + 12 \lambda_3 + 14 \mu_1) \mu_3^2 \\
& + (4 \mu_2^2 + (15 \mu_1 + 16 \lambda_3) \mu_2 + 4 \mu_1^2 + 18 \mu_1 \lambda_3 + 7 \lambda_3^2) \mu_3 + (2 \lambda_3 + 2 \mu_1) \mu_2^2 \\
& + (7 \mu_1 \lambda_3 + 4 \lambda_3^2 + 2 \mu_1^2) \mu_2 + 4 \lambda_3^2 \mu_1 + \lambda_3^3 + 2 \lambda_3 \mu_1^2) \lambda_1^2 + (\mu_3^4 \\
& + (7 \mu_1 + 7 \mu_2 + 3 \lambda_3) \mu_3^3 + (4 \mu_2^2 + (13 \lambda_3 + 16 \mu_1) \mu_2 + 4 \mu_1^2 + 3 \lambda_3^2 + 15 \mu_1 \lambda_3) \mu_3^2 \\
& + ((4 \lambda_3 + 5 \mu_1) \mu_2^2 + (20 \mu_1 \lambda_3 + 5 \mu_1^2 + 7 \lambda_3^2) \mu_2 + 9 \lambda_3^2 \mu_1 + 5 \lambda_3 \mu_1^2 + \lambda_3^3) \mu_3 \\
& + ((\mu_1 + \lambda_3) \mu_2^2 + (3 \mu_1 \lambda_3 + \lambda_3^2) \mu_2 + \lambda_3^2 \mu_1) (\mu_1 + \lambda_3)) \lambda_1 + (\mu_3 + \lambda_3) (\\
& (\mu_1 + \mu_2) \mu_3^3 + (\mu_2^2 + (2 \lambda_3 + 5 \mu_1) \mu_2 + \mu_1 (\mu_1 + 2 \lambda_3)) \mu_3^2 \\
& + ((\lambda_3 + 3 \mu_1) \mu_2^2 + (6 \mu_1 \lambda_3 + 3 \mu_1^2 + \lambda_3^2) \mu_2 + \mu_1 \lambda_3 (\mu_1 + \lambda_3)) \mu_3 \\
& + \mu_1 \mu_2 (\mu_2 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_3)) \Big) \lambda_2 + (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) ((\mu_3 + \lambda_3) \lambda_1^3 \\
& + (2 \mu_3^2 + (2 \lambda_3 + 2 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 \lambda_3) \lambda_1^2 + (\mu_3^3 + (\lambda_3 + 3 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 (3 \lambda_3 + \mu_1)) \mu_3 \lambda_1 \\
& + \mu_1 \mu_3 (\mu_3 + \lambda_3) (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_3)) (\mu_2 + \lambda_1) \Big) + \lambda_1 \\
& ((\lambda_1^2 + (\mu_3 + \lambda_3 + \mu_2) \lambda_1 + \mu_2 \mu_3) \lambda_2 + (\mu_3 + \lambda_1) (\mu_2 + \lambda_1) (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1)) \lambda_3 \mu_1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \lambda_2 \Big/ \left((\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \lambda_2^5 + 2 (\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \left(\frac{3 \mu_3}{2} + \lambda_3 + \mu_1 + \mu_2 + \frac{3 \lambda_1}{2} \right) \lambda_2^4 + (4 \lambda_1^3 \right. \\
& + (5 \mu_1 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 9 \lambda_3) \lambda_1^2 + \\
& (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 16 \lambda_3) \mu_3 + 6 \lambda_3^2 + (7 \mu_2 + 8 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \lambda_1 \\
& + (\mu_3 + \lambda_3) \\
& (3 \mu_3^2 + (5 \mu_1 + 5 \mu_2 + 4 \lambda_3) \mu_3 + \lambda_3^2 + (3 \mu_2 + 3 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \lambda_2^3 + \left(\right. \\
& 3 \lambda_1^4 + (8 \lambda_3 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 5 \mu_1) \lambda_1^3 + (\\
& 13 \mu_3^2 + (15 \mu_2 + 20 \lambda_3 + 15 \mu_1) \mu_3 + 7 \lambda_3^2 + (10 \mu_1 + 9 \mu_2) \lambda_3 + 7 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2 \\
&) \lambda_1^2 + (6 \mu_3^3 + (14 \lambda_3 + 14 \mu_1 + 14 \mu_2) \mu_3^2 \\
& + (10 \lambda_3^2 + (20 \mu_1 + 19 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \mu_3 + 2 \lambda_3^3 + (6 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3^2 \\
& + (10 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 3 \mu_1^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1 + 2 \left(\frac{\mu_3^3}{2} \right. \\
& + (\lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \mu_3^2 + \left(\frac{\lambda_3^2}{2} + \left(\frac{5 \mu_2}{2} + \frac{5 \mu_1}{2} \right) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1 \right) \mu_3 \\
& + (\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) \left(\left(\frac{\mu_2}{2} + \frac{\mu_1}{2} \right) \lambda_3 + \mu_2 \mu_1 \right) \Big) (\mu_3 + \lambda_3) \Big) \lambda_2^2 + (\lambda_1^5 \\
& + (6 \mu_3 + 4 \lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \lambda_1^4 + \\
& (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 13 \lambda_3) \mu_3 + 4 \lambda_3^2 + (5 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \\
& \lambda_1^3 + (6 \mu_3^3 + (14 \mu_2 + 12 \lambda_3 + 14 \mu_1) \mu_3^2 \\
& + (7 \lambda_3^2 + (18 \mu_1 + 16 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \mu_3 + \lambda_3^3 + (4 \mu_1 + 4 \mu_2) \lambda_3^2 \\
& + (7 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1^2 + (\mu_3^4 + (7 \mu_1 + 7 \mu_2 + 3 \lambda_3) \mu_3^3 \\
& + (3 \lambda_3^2 + (15 \mu_1 + 13 \mu_2) \lambda_3 + 4 \mu_1^2 + 16 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2) \mu_3^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +(\lambda^3 + (9 \mu_1 + 7 \mu_2) \lambda^2 + (20 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2 + 5 \mu_1^2) \lambda + 5 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3 \\
& +((\mu_1 + \mu_2) \lambda^3 + (3 \mu_2 \mu_1 + \mu_2^2) \lambda + \mu_2^2 \mu_1) (\mu_1 + \lambda_3)) \lambda_1 + (\mu_3 + \lambda_3) (\\
& (\mu_1 + \mu_2) \mu_3^3 + ((2 \mu_1 + 2 \mu_2) \lambda_3 + 5 \mu_2 \mu_1 + \mu_1^2 + \mu_2^2) \mu_3^2 \\
& +((\mu_1 + \mu_2) \lambda_3^2 + (\mu_2^2 + 6 \mu_2 \mu_1 + \mu_1^2) \lambda_3 + 3 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3 \\
& + \mu_1 \mu_2 (\mu_2 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_3)) \lambda_2 + (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) ((\mu_3 + \lambda_3) \lambda_1^3 \\
& + (2 \mu_3^2 + (2 \lambda_3 + 2 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 \lambda_3) \lambda_1^2 + (\mu_3^2 + (\lambda_3 + 3 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 (3 \lambda_3 + \mu_1)) \mu_3 \lambda_1 \\
& + \mu_1 \mu_3 (\mu_3 + \lambda_3) (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_3)) (\mu_2 + \lambda_1)) + \lambda_1 (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_3) \\
& ((\lambda_1^2 + (\mu_3 + \lambda_3 + \mu_2) \lambda_1 + \mu_2 \mu_3) \lambda_2 + (\mu_3 + \lambda_1) (\mu_2 + \lambda_1) (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1)) \lambda_3 \lambda_2 \\
& / \left((\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \lambda_2^5 + 2 (\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \left(\frac{3 \mu_3}{2} + \lambda_3 + \mu_1 + \mu_2 + \frac{3 \lambda_1}{2} \right) \lambda_2^4 + (4 \lambda_1^3 \right. \\
& + (5 \mu_1 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 9 \lambda_3) \lambda_1^2 + \\
& (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 16 \lambda_3) \mu_3 + 6 \lambda_3^2 + (7 \mu_2 + 8 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \lambda_1 \\
& + (\mu_3 + \lambda_3) \\
& (3 \mu_3^2 + (5 \mu_1 + 5 \mu_2 + 4 \lambda_3) \mu_3 + \lambda_3^2 + (3 \mu_2 + 3 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1)) \lambda_2^3 + \left(\right. \\
& 3 \lambda_1^4 + (8 \lambda_3 + 11 \mu_3 + 5 \mu_2 + 5 \mu_1) \lambda_1^3 + (\\
& 13 \mu_3^2 + (15 \mu_2 + 20 \lambda_3 + 15 \mu_1) \mu_3 + 7 \lambda_3^2 + (10 \mu_1 + 9 \mu_2) \lambda_3 + 7 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2 \\
&) \lambda_1^2 + (6 \mu_3^3 + (14 \lambda_3 + 14 \mu_1 + 14 \mu_2) \mu_3^2 \\
& + (10 \lambda_3^2 + (20 \mu_1 + 19 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \mu_3 + 2 \lambda_3^3 + (6 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3^2 \\
& + (10 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 3 \mu_1^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1 + 2 \left(\frac{\mu_3^3}{2} \right. \\
& + (\lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \mu_3^2 + \left(\frac{\lambda_3^2}{2} + \left(\frac{5 \mu_2}{2} + \frac{5 \mu_1}{2} \right) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1 \right) \mu_3 \\
& + (\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) \left(\left(\frac{\mu_2}{2} + \frac{\mu_1}{2} \right) \lambda_3 + \mu_2 \mu_1 \right) \left. \right) (\mu_3 + \lambda_3) \lambda_2^2 + (\lambda_1^5 \\
& + (6 \mu_3 + 4 \lambda_3 + 2 \mu_1 + 2 \mu_2) \lambda_1^4 + \\
& (10 \mu_3^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 13 \lambda_3) \mu_3 + 4 \lambda_3^2 + (5 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \\
& \lambda_1^3 + (6 \mu_3^3 + (14 \mu_2 + 12 \lambda_3 + 14 \mu_1) \mu_3^2 \\
& + (7 \lambda_3^2 + (18 \mu_1 + 16 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \mu_3 + \lambda_3^3 + (4 \mu_1 + 4 \mu_2) \lambda_3^2 \\
& + (7 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1^2 + (\mu_3^4 + (7 \mu_1 + 7 \mu_2 + 3 \lambda_3) \mu_3^3 \\
& + (3 \lambda_3^2 + (15 \mu_1 + 13 \mu_2) \lambda_3 + 4 \mu_1^2 + 16 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2) \mu_3^2 \\
& + (\lambda_3^3 + (9 \mu_1 + 7 \mu_2) \lambda_3^2 + (20 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2 + 5 \mu_1^2) \lambda_3 + 5 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3 \\
& + ((\mu_1 + \mu_2) \lambda_3^2 + (3 \mu_2 \mu_1 + \mu_2^2) \lambda_3 + \mu_2^2 \mu_1) (\mu_1 + \lambda_3)) \lambda_1 + (\mu_3 + \lambda_3) (\\
& (\mu_1 + \mu_2) \mu_3^3 + ((2 \mu_1 + 2 \mu_2) \lambda_3 + 5 \mu_2 \mu_1 + \mu_1^2 + \mu_2^2) \mu_3^2 \\
& + ((\mu_1 + \mu_2) \lambda_3^2 + (\mu_2^2 + 6 \mu_2 \mu_1 + \mu_1^2) \lambda_3 + 3 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3 \\
& + \mu_1 \mu_2 (\mu_2 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_3)) \lambda_2 + (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) ((\mu_3 + \lambda_3) \lambda_1^3
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + (2 \mu_3^2 + (2 \lambda_3 + 2 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 \lambda_3) \lambda_1^2 + (\mu_3^2 + (\lambda_3 + 3 \mu_1) \mu_3 + \mu_1 (3 \lambda_3 + \mu_1)) \mu_3 \lambda_1 \\
& + \mu_1 \mu_3 (\mu_3 + \lambda_3) (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_3)) (\mu_2 + \lambda_1) \Big) + \lambda_2 (\lambda_2^3 + (2 \mu_3 + 2 \mu_1 + \lambda_1 + \lambda_3) \lambda_2^2 \\
& + (\mu_3^2 + (\lambda_3 + \lambda_1 + 3 \mu_1) \mu_3 + (\mu_1 + \lambda_3) (\mu_1 + \lambda_1)) \lambda_2 + \mu_1 \mu_3 (\mu_3 + \lambda_3 + \lambda_1 + \mu_1)) \lambda_3 \\
& (\mu_3 + \lambda_2 + \mu_2 + 2 \lambda_1 + \lambda_3) \lambda_1 \Big/ \Big((\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \lambda_2^5 \\
& + 2 (\lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) \Big(\frac{3 \mu_3}{2} + \lambda_3 + \mu_1 + \mu_2 + \frac{3 \lambda_1}{2} \Big) \lambda_2^4 + (3 \mu_3^3 \\
& + (10 \lambda_1 + 5 \mu_1 + 5 \mu_2 + 7 \lambda_3) \mu_3^2 + \\
& (11 \lambda_1^2 + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 16 \lambda_3) \lambda_1 + 5 \lambda_3^2 + (8 \mu_2 + 8 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \mu_3 \\
& + 4 \lambda_1^3 + (5 \mu_1 + 9 \lambda_3 + 5 \mu_2) \lambda_1^2 + (6 \lambda_3^2 + (7 \mu_2 + 8 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \lambda_1 \\
& + (\lambda_3^2 + (3 \mu_2 + 3 \mu_1) \lambda_3 + \mu_2^2 + \mu_1^2 + 4 \mu_2 \mu_1) \lambda_3) \lambda_2^3 + \Big(\mu_3^4 \\
& + (3 \lambda_3 + 6 \lambda_1 + 4 \mu_1 + 4 \mu_2) \mu_3^3 + (
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 13 \lambda_1^2 + (14 \lambda_3 + 14 \mu_1 + 14 \mu_2) \lambda_1 + 3 \lambda_3^2 + (9 \mu_1 + 9 \mu_2) \lambda_3 + 8 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2) \\
& \mu_3^2 + (11 \lambda_1^3 + (15 \mu_2 + 20 \lambda_3 + 15 \mu_1) \lambda_1^2 \\
& + (10 \lambda_3^2 + (20 \mu_1 + 19 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \lambda_1 + \lambda_3^3 + (6 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3^2 \\
& + (3 \mu_1^2 + 12 \mu_2 \mu_1 + 3 \mu_2^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3 + 3 \lambda_1^4 \\
& + (5 \mu_1 + 8 \lambda_3 + 5 \mu_2) \lambda_1^3 + (7 \lambda_3^2 + (10 \mu_1 + 9 \mu_2) \lambda_3 + 7 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 2 \mu_1^2) \lambda_1^2 \\
& + (2 \lambda_3^3 + (6 \mu_1 + 6 \mu_2) \lambda_3^2 + (10 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_2^2 + 3 \mu_1^2) \lambda_3 + 2 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1 \\
& + 2 (\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) \Big(\Big(\frac{\mu_2}{2} + \frac{\mu_1}{2} \Big) \lambda_3 + \mu_2 \mu_1 \Big) \lambda_3 \Big) \lambda_2^2 + ((\mu_2 + \lambda_1 + \mu_1) \mu_3^4 \\
& + (6 \lambda_1^2 + (7 \mu_1 + 7 \mu_2 + 3 \lambda_3) \lambda_1 + (3 \mu_2 + 3 \mu_1) \lambda_3 + 5 \mu_2 \mu_1 + \mu_1^2 + \mu_2^2) \mu_3^3 + (\\
& 10 \lambda_1^3 + (14 \mu_2 + 12 \lambda_3 + 14 \mu_1) \lambda_1^2 \\
& + (3 \lambda_3^2 + (15 \mu_1 + 13 \mu_2) \lambda_3 + 4 \mu_1^2 + 16 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2) \lambda_1 + (3 \mu_2 + 3 \mu_1) \lambda_3^2 \\
& + (2 \mu_2^2 + 11 \mu_2 \mu_1 + 2 \mu_1^2) \lambda_3 + 3 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \mu_3^2 + (6 \lambda_1^4 \\
& + (10 \mu_2 + 10 \mu_1 + 13 \lambda_3) \lambda_1^3 \\
& + (7 \lambda_3^2 + (18 \mu_1 + 16 \mu_2) \lambda_3 + 15 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_1^2 + 4 \mu_2^2) \lambda_1^2 \\
& + (\lambda_3^3 + (9 \mu_1 + 7 \mu_2) \lambda_3^2 + (20 \mu_2 \mu_1 + 4 \mu_2^2 + 5 \mu_1^2) \lambda_3 + 5 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2)) \lambda_1 \\
& + (\mu_1 + \mu_2) \lambda_3^3 + (\mu_1^2 + \mu_2^2 + 7 \mu_2 \mu_1) \lambda_3^2 + 4 \mu_1 \mu_2 (\mu_1 + \mu_2) \lambda_3 + \mu_2^2 \mu_1^2) \mu_3 + (\lambda_1^4 \\
& + (\mu_2 + 3 \lambda_3 + 2 \mu_1) \lambda_1^3 + (\lambda_3^2 + (2 \mu_2 + 3 \mu_1) \lambda_3 + \mu_1 (2 \mu_2 + \mu_1)) \lambda_1^2 \\
& + ((\mu_1 + \mu_2) \lambda_3 + \mu_2 \mu_1) (\mu_1 + \lambda_3) \lambda_1 + \mu_1 \mu_2 \lambda_3 (\mu_1 + \lambda_3)) (\mu_2 + \lambda_1 + \lambda_3)) \lambda_2 + \\
& (\mu_2 + \lambda_3 + \mu_3 + \lambda_1) ((\mu_1 + \lambda_1) \mu_3^3 + (2 \lambda_1^2 + (\lambda_3 + 3 \mu_1) \lambda_1 + \mu_1 (\mu_1 + 2 \lambda_3)) \mu_3^2 \\
& + (\lambda_1^3 + (2 \lambda_3 + 2 \mu_1) \lambda_1^2 + \mu_1 (3 \lambda_3 + \mu_1) \lambda_1 + \mu_1 \lambda_3 (\mu_1 + \lambda_3)) \mu_3 + \lambda_1^2 \lambda_3 (\mu_1 + \lambda_1) \\
&) (\mu_2 + \lambda_1) \Big)
\end{aligned}$$

付録 C

繰り返し故障型電源システムのマルコフモデルにおける連立方程式

$$\begin{aligned}P(A) + P(B) + P(C) + P(D) + P(E) + P(F) + P(G) + P(H) + P(I) + P(J) + P(K) + P(L) &= 1 \\-(\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3) P(A) + \mu_1 P(B) + \mu_2 P(C) + \mu_3 P(D) + \mu_3 P(E) &= 0 \\ \lambda_1 P(A) - (\lambda_2 + \lambda_3 + \mu_1) P(B) + \mu_2 P(F) + \mu_3 P(G) + \mu_3 P(H) &= 0 \\ \lambda_2 P(A) - (\lambda_1 + \lambda_3 + \mu_2) P(C) + \mu_1 P(F) + \mu_3 P(I) + \mu_3 P(J) &= 0 \\ \lambda_3 P(A) - (\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_3) P(D) + \mu_1 P(G) + \mu_2 P(I) &= 0 \\-(\lambda_1 + \lambda_2 + \mu_3) P(E) + \mu_1 P(H) + \mu_2 P(J) &= 0 \\ \lambda_2 P(B) + \lambda_1 P(C) - (\lambda_3 + \mu_1 + \mu_2) P(F) + \mu_3 P(K) + \mu_3 P(L) &= 0 \\ \lambda_1 P(D) - (\lambda_2 + \mu_1 + \mu_3) P(G) + \mu_2 P(K) &= 0 \\ \lambda_3 P(B) + \lambda_1 P(E) - (\lambda_2 + \mu_1 + \mu_3) P(H) + \mu_2 P(L) &= 0 \\ \lambda_3 P(C) + \lambda_2 P(D) - (\lambda_1 + \mu_2 + \mu_3) P(I) + \mu_1 P(K) &= 0 \\ \lambda_2 P(E) - (\lambda_1 + \mu_2 + \mu_3) P(J) + \mu_1 P(L) &= 0 \\ \lambda_3 P(F) + \lambda_2 P(G) + \lambda_1 P(I) - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) P(K) &= 0 \\ \lambda_2 P(H) + \lambda_1 P(J) - (\mu_1 + \mu_2 + \mu_3) P(L) &= 0\end{aligned}$$

付録 D

繰り返し故障型電源システムの定常状態における単位時間当たりのフォールト
生起確率 F_3

$$\begin{aligned}
 F_3 = & \left((\mu_1 + \mu_2) \mu_3 + \mu_1 \lambda_3 \right) (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_1) \lambda_2^2 + \left((\mu_1 + \mu_2) \mu_3^3 \right. \\
 & + (\mu_1 + \mu_2) (\mu_1 + \mu_2 + \lambda_3 + \lambda_1) \mu_3^2 \\
 & + ((\mu_2 + \lambda_3) \mu_1^2 + (\mu_2^2 + (\lambda_1 + \lambda_3) \mu_2 + \lambda_1 \lambda_3) \mu_1 + \mu_2 ((\lambda_3 + \lambda_1) \mu_2 + \lambda_1 \lambda_3)) \mu_3 \\
 & \left. + 2 \mu_2 \lambda_3 \left(\mu_1^2 + \left(\frac{\mu_2}{2} + \frac{\lambda_1}{2} \right) \mu_1 + \frac{\lambda_1 \mu_2}{2} \right) \right) \lambda_2 + \mu_1 \mu_2 \lambda_3 (\mu_3 + \mu_2) (\mu_3 + \mu_1) \lambda_1 / (\\
 & (\lambda_2 + \mu_2) (\mu_1 + \lambda_1) (\mu_1 + \mu_3 + \lambda_1) (\mu_3 + \lambda_3) (\mu_2 + \mu_3 + \lambda_2))
 \end{aligned}$$

付録 E

順序依存故障論理によるマルコフモデルの表現方法について

順序依存故障論理をもつシステムのマルコフモデルでは，図 E-1 のようにフォールトである状態が 1 つとは限らない．しかし，例えば，図 E-1 のように全てフォールトから回復率 m で初期状態に戻る場合，複数個でもってフォールトの状態を示さなくても，図 E-2 のようにフォールトの状態にまとめることができる．以下，これについて証明する．

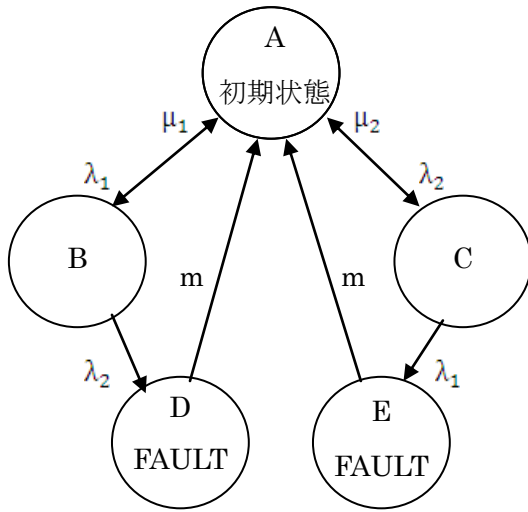


図 E-1 2つのフォールトをもつマルコフモデル

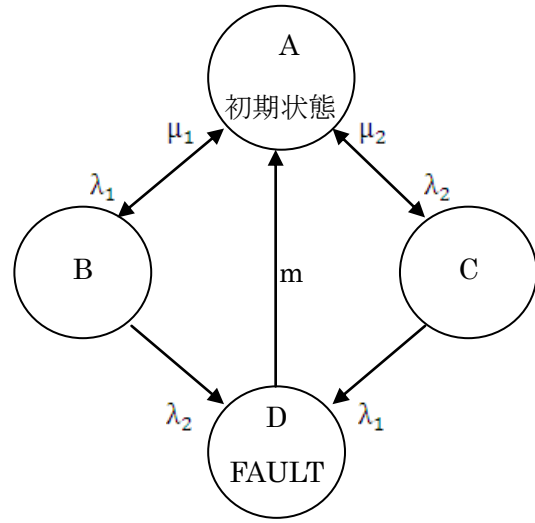


図 E-2 フォールトを1つにまとめたマルコフモデル

図 E-1 のマルコフモデルから定常状態におけるシステムフォールトの生起確率を以下のようにして求める．ただし，状態 A, B, C, D 及び E である確率を P_A , P_B , P_C , P_D 及び P_E とする．

$$P_A + P_B + P_C + P_D + P_E = 1 \quad (\text{E.1})$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P_A = \mu_1 P_B + \mu_2 P_C + mP_D + mP_E \quad (\text{E.2})$$

$$(\mu_1 + \lambda_2)P_B = \lambda_1 P_A \quad (\text{E.3})$$

$$(\lambda_1 + \mu_2)P_C = \lambda_2 P_A \quad (\text{E.4})$$

$$mP_D = \lambda_2 P_B \quad (\text{E.5})$$

$$mP_E = \lambda_1 P_C$$

(E.6)

以上の式がマルコフモデルから立てられるので、これを解くと、

$$P_B = \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (\text{E.7})$$

$$P_C = \frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (\text{E.8})$$

と導かれる．ここで、この場合のフォールト生起確率 F^* とすると、

$$F^* \Delta t = P_B \lambda_2 \Delta t + P_C \lambda_1 \Delta t + o(\Delta t) \quad (\text{E.9})$$

と表すことができるので、

$$F^* = \frac{\lambda_2 \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right) + \lambda_1 \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (\text{E.10})$$

図 E-2 のマルコフモデルから定常状態におけるシステムフォールトの生起確率を以下のようにして求める．ただし、状態 A、B、C 及び D である確率を P_A 、 P_B 、 P_C 及び P_D とする．

$$P_A + P_B + P_C + P_D = 1 \quad (\text{E.11})$$

$$(\lambda_1 + \lambda_2)P_A = \mu_1 P_B + \mu_2 P_C + m P_D \quad (\text{E.12})$$

$$(\mu_1 + \lambda_2)P_B = \lambda_1 P_A \quad (\text{E.13})$$

$$(\lambda_1 + \mu_2)P_C = \lambda_2 P_A \quad (\text{E.14})$$

$$m P_D = \lambda_2 P_B + \lambda_1 P_C \quad (\text{E.15})$$

以上の式がマルコフモデルから立てられるので、これを解くと、

$$P_B = \frac{\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (\text{E.16})$$

$$P_C = \frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (\text{E.17})$$

と導かれる．ここで，この場合のフォールト生起確率 F^{**} とすると，

$$F^{**}\Delta t = P_B\lambda_2\Delta t + P_C\lambda_1\Delta t + o(\Delta t) \quad (\text{E.18})$$

と表すことができるので，

$$F^{**} = \frac{\lambda_2\left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right) + \lambda_1\left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)}{1 + \left(\frac{\lambda_1}{\mu_1 + \lambda_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_2}{m}\right) + \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1 + \mu_2}\right)\left(1 + \frac{\lambda_1}{m}\right)} \quad (\text{E.19})$$

と導出できる．ここで，式 E.10 と式 E.19 より，

$$F^* = F^{**} \quad (\text{E.20})$$

と導かれる．したがって，フォールト生起確率を求めるには，図 E-1 と図 E-2 のどちらのマルコフモデルを用いても同じであることがわかる．しかし，状態が少ない方が，式の数も減り推定式を導く際はまとめた方が計算しやすい．

第 5 章では，非修理-再生系システムや致命的故障型システムにおいて，フォールトの状態をわけてマルコフモデルを作成している．しかし，ここで証明したようにフォールトの状態を 1 つにまとめることもできる．